

Lysspredning



Hensikt

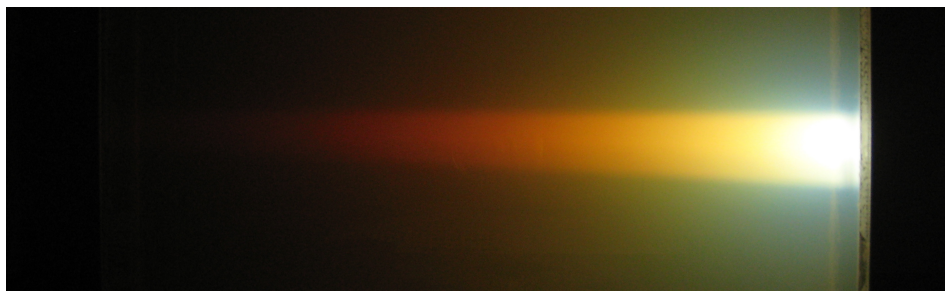
Laboppsettet vist på bildet er kjent under navnet 'lysspredning', eller også det mer kreative 'hvorfor himmelen er blå og solnedgangen rød'. Hensikten med oppsettet er å se hvordan de ulike frekvenskomponentene til hvitt lys spres når lyset sendes inn mot en løsning som består av finfordelte små partikler suspendert i vann. Dette er en etterligning av hvordan sollys spres i de øvre lagene av jorda sin atmosfære. I atmosfæren er det da ulike luftmolekyler som utgjør de finfordelte partiklene.

Bakgrunnsteori

Når man befinner seg på jordoverflaten på en klar dag så vil himmelen, som de fleste har observert, se blå ut. Skulle du imidlertid være så heldig å finne deg på den lyse siden av månen på en månedag, vil derimot himmelen være beksvart som en klar, mørk nattehimmel sett fra jorda. Grunnen til at daghimmelen sett fra månen og fra jorda er så forskjellig, er at jorda har en atmosfære, mens månen ikke har det. Vi skal se litt nærmere på hva det er som skjer når lys fra sola treffer jordas atmosfære.

Teorien vi skal se på kalles for Rayleigh-spredning. Spredning av elektromagnetisk stråling skjer på materialers elektroner. Når spredningen er elastisk og skjer på elektroner som kan regnes som frie, kalles dette for Thomson-spredning. Når elektronene derimot er bundet, blir spredningen kalt Rayleigh-spredning, dersom utstrekningen til partiklene som lyset spres på, er mye mindre enn lysets bølgelengde. Denne formen for spredning av lys er også elastisk.

Spredningstversnittet σ_R for Rayleigh-spredning er proporsjonalt med $1/\lambda^4$, der λ er bølgelengden til det innkommende lyset. Spredningstversnittet har enheten m^2 , og vi kan si at spredningstversnittet er et mål på hvor sannsynlig det er at et innkommende foton spres på en gitt partikkel. Siden $\sigma_R \propto 1/\lambda^4$, ser vi da at spredningstversnittet for Rayleigh-spredning er større for kortbølget (blått, $\lambda \approx 400 \text{ nm}$) enn for langbølget (rødt, $\lambda \approx 700 \text{ nm}$) lys med omtrent en faktor 10. Når sollys eller annet lys bestående av flere frekvenskomponenter propagerer gjennom et Rayleigh-spredende medium, vil derfor de kortbølgede komponentene spres ut av den direkte strålen i mye større grad enn de langbølgede komponentene. Det spredte lyset domineres derfor av lilla og blått, mens det direkte lyset blir mer og mer rødt jo mer av det spredende medium strålen propagerer gjennom, inntil også det røde lyset tilslutt er spredt bort fra den innkommende stråleretningen.



Figur 1: Lysspredning i rektangulær boks. Legg merke til at det spredte lyset er blått og grønt, det direkte lyset gult og rødt.

Vi skal nå såvidt se på hvordan man klassisk kan komme frem til spredningstversnittet for spredning av elektromagnetisk stråling på bundene elektroner. Resultatet vi får kommer da også til å fortelle oss noe om retningsfordelingen til det spredte lyset. Vi ser på en planbølge propagerende langs x-aksen, der $\vec{E}$ representerer det elektriske feltet:

$$\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{z} \quad (1)$$

Denne planbølgen treffer så på et bundet elektron i $x = 0$. Vi ser derfor heretter på feltet i $x = 0$, og ønsker å finne akselerasjonen til elektronet gitt kraften som det elektriske feltet utøver på elektronet. Siden det elektriske feltet er rettet langs $\pm \hat{z}$, vil elektronets bevegelse være i z -retningen, og vi kan derfor sette opp følgende differensialligning:

$$m_e \frac{d^2 z}{dt^2} + k \frac{dz}{dt} + m_e \omega_0^2 z = -e E_0 \sin(\omega t) \quad (2)$$

Her er det første leddet på venstresiden lik elektronets masse ganger dets akselerasjon, og det andre leddet er et dempningsledd og et resultat av den spredte strålingen. Det tredje leddet på venstresiden er et uttrykk for kraften på elektronet fra resten av ladningene i atomet det er bundet til. Høyresiden er den elektriske kraften som elektronet føler som følge av feltet til den propagerende elektromagnetiske bølgen. Vi ser dermed at ligningen vår for elektronets bevegelse tilsvarer ligningen for en dempet, drevet oscillator, som er kjent fra Matte4. Løsningen av den homogene ligningen vi sitter igjen med når vi ser bort ifra leddet på høyre side av ligning 2, kan vi da skrive som følger:

$$z_h(t) = \exp[(-k/2m_e)t] (A \cos(\omega' t) + B \sin(\omega' t)) \quad (3)$$

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - (k/2m_e)^2} \quad (4)$$

Den generelle løsningen av differensialligningen vi fant i ligning 2, er summen av den homogene løsningen $z_h(t)$ og en såkalt partikulærløsning $z_p(t)$. Vi kan finne et uttrykk for partikulærløsningen ved å anta på Matte4-vis at den har følgende form:

$$z_p(t) = a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t) \quad (5)$$

Vi bestemmer de to ukjente koeffisientene a og b ved å sette inn den første- og den andrederiverte av $z_p(t)$ i differensialligningen vi fant i ligning 2. Vi får da etter litt regning følgende uttrykk:

$$a = \frac{(e E_0 / m_e)(k \omega / m_e)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (k \omega / m_e)^2} \quad (6)$$

$$b = \frac{(-e E_0 / m_e)(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (k \omega / m_e)^2} \quad (7)$$

Den generelle løsningen av differensialligningen for elektronbevegelsen er altså $z(t) = z_h(t) + z_p(t)$. Hvis vi ser litt nærmere på uttrykket for $z_h(t)$ ser vi imidlertid at på grunn av det negative eksponentialleddet, så vil bidraget til $z(t)$ fra dette leddet etterhvert dø ut. Vi regner derfor med at etter en hvis tid t' , så kan vi neglisjere homogenløsningen og setter heretter at $z(t > t') = z_p(t > t')$. Vi skal videre anta at elektronet vårt tilsvarer et såkalt underdampet system, slik at $k/m_e \ll \omega_0$. Her er ω_0 'egenfrekvensen' til elektronet. Fordi typiske atomære overganger emitterer elektromagnetisk stråling i x-ray området av det elektromagnetiske spektrum, har vi at $\omega_0 \gg \omega$. Dermed blir $a \ll b$, slik at $z(t > t') \simeq b \sin(\omega t)$, hvor vi videre kan forenkle b til vi ender opp med følgende uttrykk:

$$z(t > t') = \frac{-eE_0}{m_e\omega_0^2} \sin(\omega t) \quad (8)$$

Vi har nå funnet en ligning som beskriver oscillasjonsbevegelsen som elektronet vårt i $x = 0$ oppnår på grunn av det elektriske feltet $E_0 \sin(\omega t)$. Vi vet at en oscillerende ladning emitterer elektromagnetisk stråling. Strålingen som emitteres fra det oscillerende elektronet er altså den spredte strålingen vår. Vi skal nå finne et uttrykk for den romlige fordelingen til denne strålingen. Dipolmomentet assosiert med det oscillerende elektronet kan uttrykkes som følger:

$$\vec{p} = -ez(t > t')\hat{z} = \frac{e^2E_0}{m_e\omega_0^2} \sin(\omega t)\hat{z} = p_0 \sin(\omega t)\hat{z} \quad (9)$$

Vi har dessuten at den radierte effekten per romelement $d\Omega$ er gitt via følgende ligning:

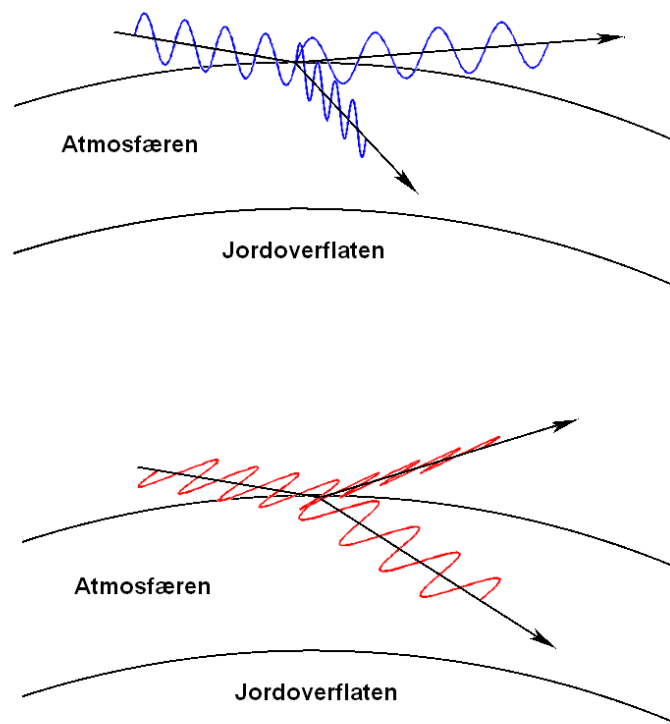
$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{\omega^4 p_0^2}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3} \sin^2(\theta) \quad (10)$$

Her er ω vinkelfrekvensen til elektronets oscillasjonsbevegelse, og θ vinkelen mellom dipolaksen (altså z -aksen) og bølgevektoren $\vec{k}$ til strålingen emittert inn i romvinklelementet $d\Omega$. Det differensielle spredningstversnittet er gitt som $\sigma_R/d\Omega = (dP/d\Omega)/|\langle u \rangle|$, der $|\langle u \rangle| = c\epsilon_0 E_0^2/2$ er den midlere energien til den elektriske komponenten av den innkommende bølgen som forårsaker elektronoscillasjonen. Når vi setter inn for p_0 i ligning 10 og deler på $|\langle u \rangle|$ får vi følgende uttrykk for det differensielle spredningstversnittet:

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \frac{\omega^4}{\omega_0^4} r_e^2 \sin^2(\theta) \quad (11)$$

Her er $r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 m_e c^2$ den såkalte klassiske elektronradiusen. Vi ser at det differensielle spredningstversnittet avhenger av polarvinkelen θ slik at maksimum nåes når $\sin(\theta) = \pm 1$ og $\theta = 90 \pm n \cdot 180^\circ$, mens minimum inntrer når $\sin(\theta) = 0$ og $\theta = 0 \pm n \cdot 180^\circ$. Videre ser vi at spredningstversnittet ikke er avhengig av azimuthalvinkelen. For å utlede den tidligere nevnte $1/\lambda^4$ -avhengigheten utifra ligning 11, er alt vi trenger å vite at $\lambda \propto 1/\omega$.

Vi kan videre si noe om polarisasjonen til lyset som spres. Vi tenker oss en situasjon der sollys treffer jordas øvre atmosfære. Dette lyset har alle mulige polarisasjonsretninger perpendikulært på stråleretningen, og er såkalt upolarisert. Alle polarisasjonsretningene kan imidlertid dekomponeres, i for eksempel én komponent der det elektriske feltet oscillerer perpendikulært på en gitt del av jordoverflaten, og én komponent der det elektriske feltet oscillerer parallelt med jordoverflaten. Sinus-leddet i uttrykket for det differensielle spredningstversnittet gir oss da at de perpendikulærpolariserte komponentene spres mest hendholdsvis til sidene, parallelt med jordoverflaten, og aldri perpendikulært på jordoverflaten. Dette lyset er polarisert slik at det elektriske feltet oscillerer perpendikulært på jordoverflaten. Parallellkomponenten derimot, spres mest i oppover og nedover retningen og er polarisert slik at det elektriske feltet oscillerer parallelt med jordoverflaten. En større del av dette parallelpolariserte lyset når jordoverflaten i forhold til de perpendikulærpolariserte komponentene. Lyset vi ser fra himmelen er derfor delvis polarisert.



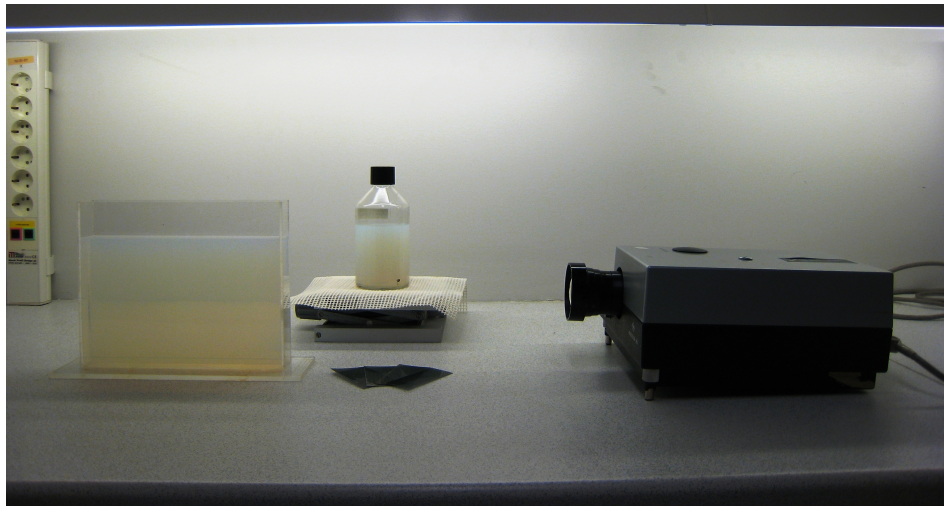
Figur 2: Spredning av lys polarisert hendholdsvis perpendikulært på eller parallelt med jordoverflaten. Legg merke til at fargene i dette tilfellet ikke representerer lysfrekvenser.

Oppsett

Oppsettet for å observere spredning av hvitt lys på en løsning med finfordelte små partikler suspendert i vann, består per høsten 2008 av følgende deler:

- Lysbildeapparat
- Glassflasker med ulike konsentrasjoner av Hagerty tepperens i vann
- En justerbar benkplate for flaskene
- En hvit vegg
- Et mørkt rom
- Noen små polarisatorplater

Eksperimentet er illustrert på Figur 3.



Figur 3: Oppsett for lysspredning.

Ting du kan prøve ut

Lysspredning på små partikler suspendert i vann er i dette oppsettet som sagt en analogi til lysspredningen som skjer i jordas øvre atmosfære. For å observere lysspredningen i dette oppsettet, plasserer du en av glassflaskene med vann pluss små partikler i lyssgangen til lysbildeapparatet, slik at det transmitterte lyset treffer en hvit vegg. Slå på lysbildeapparatet, slå av lyset i rommet og observer fargen på lyset som spres fra flasken samt fargen på lyset som treffer veggen. Du kan også bruke polarisatorplatene til å undersøke polarisasjonen til det spredte lyset. Dersom du ønsker det, kan du blande ut nye konsentrasjoner av Hagerty i vann. Dette gjøres helst over en vask utenfor mørkerommet.