Institutt for fysikk, NTNU
FY1002/TFY4160 Bølgefysikk
Høst 2008

Midtsemesterprøve Bølgefysikk
Fredag 10. oktober 2008 ca kl 12 – 14.

Merk av svarene dine i tabellen på side 11. Lever inn kun side 11. Husk å skrive på studentnummer.

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)
- Formelsamling i bølgefysikk er inkludert på de neste 3 sidene.

Opplysninger:

- Prøven består av 25 oppgaver. Hver oppgave har ett riktig og tre gale svaralternativ.
- Du *skal* krysse av for *ett* svaralternativ på *hver* oppgave. Avkryssing for *mer enn ett* alternativ eller *ingen* alternativ betraktes som *feil* svar og gir i begge tilfelle null poeng.
- Noen verdier: Tyngdens akselerasjon: $g = 9.8$ m/s^2, Boltzmanns konstant: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K, Avogadros tall: $N_A = 6 \cdot 10^{23}$, Protonmassen: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Nøytronmassen: $m_n = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg.
- Symboler angis i kursiv (f.eks m for masse) mens enheter angis uten kursiv (f.eks m for meter). Vektorer angis med fete symboler. Enhetsvektorer angis med hatt over.
- SI-prefikser: T (tera) = 10^{12}, G (giga) = 10^9, M (mega) = 10^6, k (kilo) = 10^3, c (centi) = 10^{-2}, m (milli) = 10^{-3}, μ (mikro) = 10^{-6}, n (nano) = 10^{-9}, p (piko) = 10^{-12}.
- Et par trigonometriske relasjoner:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

Formelsamling Bølgefysikk (Mekaniske bølger, 3 sider)

Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighet og symbolenes betydning antas å være kjent.

- Harmonisk plan bølge:
$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$
- Bølgeligning:
$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$
- Fasehastighet:
$$v = \frac{\omega}{k}$$
- Gruppehastighet:
$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$
- Generelt for ikkedispersive udempede bølger:
$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{massetetthet}}}$$
- Generelt for lineær respons i elastiske medier:
$$\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} \times \text{relativ tøyning}$$
- For transversale bølger på streng:
$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$
- For longitudinale bølger i fluider:
$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$
- For longitudinale bølger i faste stoffer (tynn stang):
$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$
- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:
$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\omega^2\xi_0^2$$
- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan bølge:
$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\overline{P} = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere intensitet i harmonisk plan bølge:

$$I = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere impulstetthet for harmonisk bølge:

$$\overline{\pi} = \frac{\overline{\varepsilon}}{v}$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_BT$$

- Varmekapasitet ved konstant trykk (Q = varme):

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p$$

- Varmekapasitet ved konstant volum (Q = varme):

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$$

- Adiabatiske forhold (dvs ingen varmeutveksling):

$$pV^\gamma = \text{konstant}$$

- Adiabatkonstanten:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

  Gass med 1-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med 2-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

- Bulkmodul for ideell gass ved adiabatiske forhold:

$$B = \gamma p$$

- Lydhastighet i gass (m = molekylmassen):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B\frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

  med $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

- Dopplereffekt:

$$\nu_{\text{O}} = \frac{1 - v_{\text{O}}/v}{1 - v_{\text{S}}/v}\, \nu_{\text{S}}$$

- For sjokkbølger:

$$\sin \alpha = \frac{v}{v_{\text{S}}}$$

- Transversal bølge på streng med massetetthet μ_1 for $x < 0$ og μ_2 for $x > 0$, innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

$$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

$$y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Plan lydbølge normalt inn mot grenseflate i $x = 0$ mellom to medier med elastiske moduler og massetettheter henholdsvis E_1, ρ_1 (for $x < 0$) og E_2, ρ_2 (for $x > 0$), innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

$$\xi_{r0} = \frac{\sqrt{\rho_2 E_2} - \sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

$$\xi_{t0} = \frac{2\sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

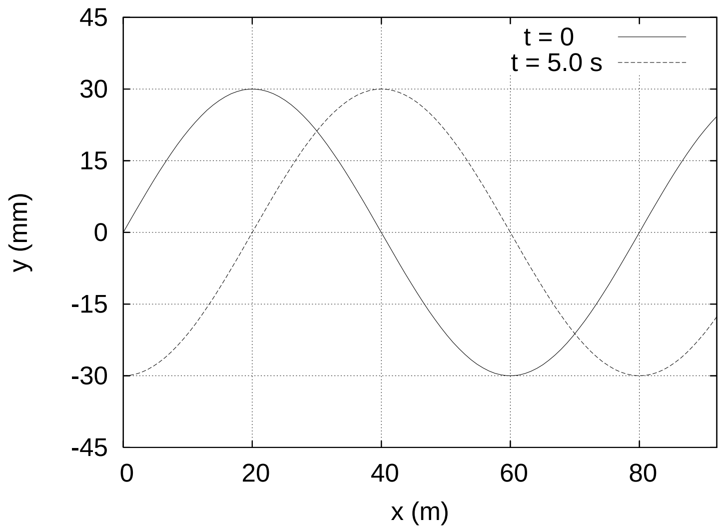
  Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

Oppgaver

1) En masse er festet til ei fjær og utfører udempede harmoniske svingninger med vinkelfrekvens ω. Ved et bestemt tidspunkt har massen akselerasjon a og hastighet v. Hva er massens maksimale utsving?

A v/ω
B a/ω^2
C $\sqrt{2}(v/\omega + a/\omega^2)$
D $\sqrt{v^2/\omega^2 + a^2/\omega^4}$



Figuren viser to øyeblikksbilder av (en del av) en harmonisk transversal bølge som forplanter seg på en streng.

2) Hva kan hastigheten være for bølgen i figuren over?

A 44 m/s i positiv x-retning
B 32 m/s i positiv x-retning
C 32 m/s i negativ x-retning
D 44 m/s i negativ x-retning

3) Hva er frekvensen til bølgen i figuren over?

A 0.28 Hz
B 0.55 Hz
C 0.83 Hz
D 1.10 Hz

4) En bølgepakke ute på en innsjø er ca 10 m lang og har 10 tydelige bølgetopper og (i all hovedsak) en bølgelengde på 1 m. Bølgene beskrives av dispersjonsrelasjonen $\omega(k) = \sqrt{gk}$, der g er tyngdens akselerasjon og k er bølgetallet. Hvor lang tid tar det for bølgepakken å nå land 300 m unna? (Anta at bølgepakkens lengde ikke endrer seg nevneverdig underveis.)

A ca 2 minutter B ca 8 minutter C ca 14 minutter D ca 20 minutter

---

5) For bølgepakken i forrige oppgave: Anta at du låser blikket på bølgetoppen helt bakerst. Hvor lang tid tar det før denne "dør ut" i forkant av bølgepakken?

A ca 4 sekunder B ca 16 sekunder C ca 48 sekunder D ca 96 sekunder

---

6) Hva er lydhastigheten i heliumgass (He) ved temperatur 30 K? Et heliumatom har to protoner og to nøytroner i kjernen.

A 321 m/s B 972 m/s C 1217 m/s D 1884 m/s

---

7) En meget lang vertikalstilt (z-retningen) høyttaler sender ut sylindersymmetriske lydbølger med like stor intensitet i alle horisontale retninger (xy-planet). Dersom du måler et intensitetsnivå på 90 dB i (horisontal) avstand 20 m fra høyttaleren, hva er da intensitetsnivået i (horisontal) avstand 4 m fra høyttaleren?

A 97 dB B 104 dB C 111 dB D 118 dB

---

8) Den plane bølgen $\xi(\boldsymbol{r}, t) = \xi_0 \sin(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} + \omega t)$ forplanter seg

A i motsatt retning av $\boldsymbol{r}$.
B i en retning normalt på $\boldsymbol{r}$.
C i en retning normalt på $\boldsymbol{k}$.
D i motsatt retning av $\boldsymbol{k}$.

---

9) En streng med lengde 3.75 m er festet i begge ender. Strekket i strengen er 225 N og massen er 31 g. Hva er frekvensen til strengens laveste resonansfrekvens?

A 13 Hz B 16 Hz C 19 Hz D 22 Hz

---

10) En bil (nr 1) står i ro, en annen (nr 2) kjører med hastighet 30 m/s rett mot den første. Begge bilene er utstyrt med en sirene som genererer en harmonisk lydbølge med frekvens 750 Hz. Det er vindstille, og været er ellers slik at lydhastigheten denne dagen er $v = 340$ m/s. Hvilken frekvens f_1 måler bil nr 1 fra sirenen i bil nr 2, og hvilken frekvens f_2 måler bil nr 2 fra sirenen i bil nr 1?

A $f_1 = 816$ Hz og $f_2 = 816$ Hz
B $f_1 = 823$ Hz og $f_2 = 823$ Hz
C $f_1 = 823$ Hz og $f_2 = 816$ Hz
D $f_1 = 816$ Hz og $f_2 = 823$ Hz

---

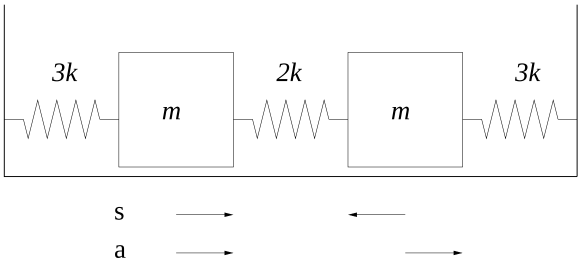
11) Et tynt rør som er åpent i begge ender skal brukes til å lage stående lydbølger med frekvens 4080 Hz. Dette skal være rørets tredje laveste resonansfrekvens. Hvor langt må da røret være? Lydhastigheten er 340 m/s.

A 75 mm B 100 mm C 125 mm D 150 mm

---

12) To like store masser m er festet til fjærer med fjærkonstanter $3k$ og $2k$ som vist i figuren. De to massene kan svinge i to vibrasjonsmoder ("normale moder"): en "symmetrisk" mode (s) der massenes utsving fra likevekt er like store men med motsatt fortegn og en "antisymmetrisk" mode (a) der massenes utsving fra likevekt er like store og med samme fortegn. De tilhørende vinkelfrekvensene er henholdsvis ω_s og ω_a. Hva blir forholdet mellom disse, dvs ω_s/ω_a?

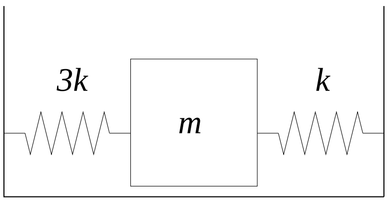
A 0.83
B 1.53
C 2.23
D 2.93



---

13) En masse m er festet til fjærer med fjærkonstanter $3k$ og k som vist i figuren. Hva blir vinkelfrekvensen for (horisontale) svingninger av m?

A $\sqrt{k/m}$
B $\sqrt{2k/m}$
C $\sqrt{3k/m}$
D $\sqrt{4k/m}$

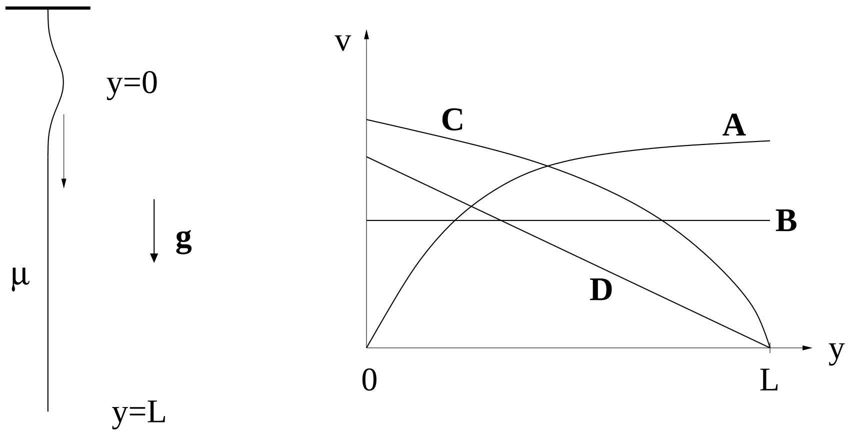


Versjon 1

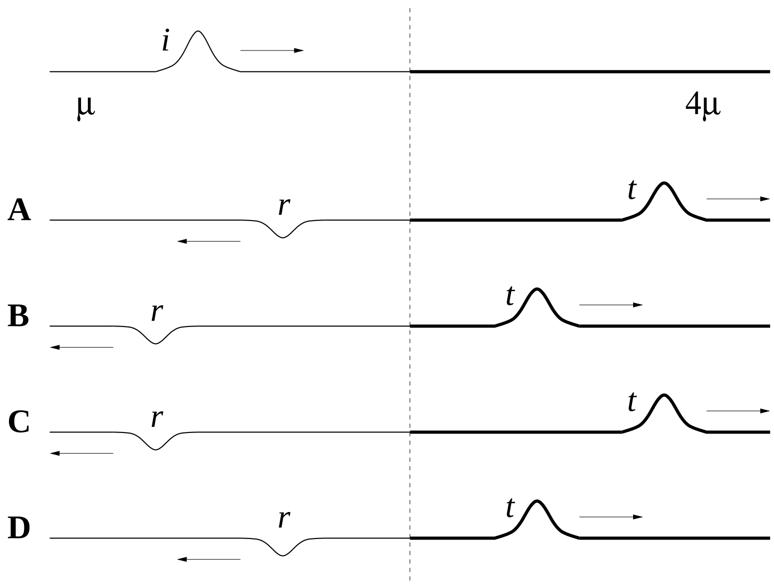
14) Vi betrakter et tynt luftfylt rør som er åpent i begge ender. Rørets lengde er 2 m. Hvilken påstand er da ikke riktig?

A Rørets grunntone har bølgelengde 4 m.
B Stående bølger i røret har nullpunkter i begge ender for trykkbølgen Δp (dvs avviket fra likevektstrykket p).
C Stående bølger i røret har nullpunkter i begge ender for (midlere) partikkelutsvingsbølge ξ.
D Første overtone har frekvens ca 170 Hz.

15) En transversal bølge propagerer nedover en streng som henger vertikalt i tyngdefeltet (figur nedenfor, til venstre). Strengen har masse μ pr lengdeenhet. Hvilken av grafene A, B, C eller D gir det beste bildet av hvordan bølgens hastighet v endrer seg med posisjonen y nedover strengen? (Merk at positiv y-retning er nedover.)



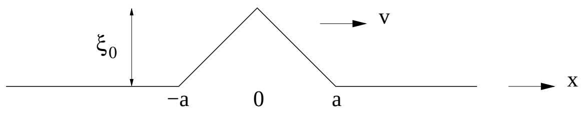
16) En transversal bølge (i) propagerer mot høyre på en streng med masse μ pr lengdeenhet. Denne strengen er skjøtt sammen med en streng med masse 4μ pr lengdeenhet (ved den stiplede linjen, se figuren nedenfor). Hvilken av figurene A, B, C eller D gir et riktig bilde av systemet etter at den innkommende bølgen har blitt delvis reflektert (r) og transmittert (t) i skjøten?



17) En trekantformet bølgepakke $\xi(x,0)$ er vist i figuren (dvs: ved $t = 0$). Bølgepakken vandrer med hastighet v langs en streng med masse μ pr lengdeenhet. Størrelsen $\xi(x,t)$ representerer det transversale utsvinget av strengen. Hva blir bølgepakkens totale impuls p?
Oppgitt:

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} \mu \frac{\partial \xi}{\partial t}\left(1 - \frac{\partial \xi}{\partial x}\right) dx$$

A $\mu\, \xi_0^2\, v/4a$
B $\mu\, \xi_0^2\, v/2a$
C $2\mu\, \xi_0^2\, v/a$
D $4\mu\, \xi_0^2\, v/a$



---

18) Dispersjonsrelasjonen for en uendelig lang kjede med masser m koblet sammen med ideelle fjærer med fjærkonstant s er

$$\omega(k) = \sqrt{\frac{4s}{m}} \sin \frac{kd}{2}$$

Her er d avstanden mellom to nabomasser. Hva er fasehastigheten til harmoniske bølger med bølgelengde $d/2$?

A null
B $\sqrt{sd^2/m}$
C $\sqrt{4s/m}$
D $\sqrt{4sd^2/m}$

---

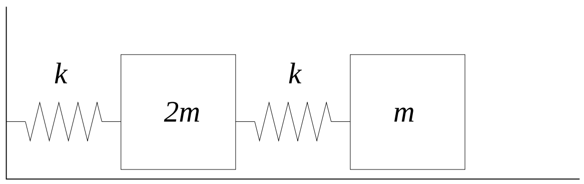
19) For systemet i forrige oppgave, hva er gruppehastigheten når bølgelengden er $d/2$?

A null
B $\sqrt{sd^2/m}$
C $\sqrt{4s/m}$
D $\sqrt{4sd^2/m}$

---

20) Masser $2m$ og m er festet til fjærer med fjærkonstanter k som vist i figuren. Hva blir de to mulige vinkelfrekvensene for (horisontale) svingninger av de to massene?

A $\sqrt{(k/m)(1 \pm 1/\sqrt{2})}$
B $\sqrt{(k/m)(\sqrt{2} \pm 1)}$
C $\sqrt{(k/m)(1 \pm 1/\sqrt{3})}$
D $\sqrt{(k/m)(\sqrt{3} \pm 1)}$



---

21) En liten flaggermus flyr mot en plan vegg og sender ut ultralydsignaler med frekvens 47500 Hz. Den hører et ekko med frekvens 52500 Hz. Hva er flaggermusens hastighet, målt i prosent av lydhastigheten? (Tips: Veggen mottar og reflekterer med en og samme frekvens.)

A 15 B 10 C 5 D 2

22) To helt like cellostrenger har, med samme strekk-kraft, en grunntone på 250 Hz. Med hvor mange prosent må strekk-kraften endres i den ene strengen dersom vi skal høre en svevefrekvens på 5 Hz når vi slår på de to strengene samtidig?

A 2 B 4 C 6 D 8

23) Hvilken påstand om fenomenet dispersjon er korrekt?

A Dispersjon innebærer at harmoniske bølger med ulike frekvenser har ulik fasehastighet.
B Dispersjon er det samme som demping.
C Dispersjon er nødvendig for å kunne regne ut bølgenes gruppehastighet.
D For dispersive bølgepakker er alltid gruppehastigheten mindre enn fasehastigheten.

24) Hvilken påstand er ikke korrekt?

A I et mekanisk svingesystem og en elektrisk svingekrets er fjærkonstanten k og den inverse kapasitansen $1/C$ såkalte analoge størrelser.
B Ved bølgeforplantning er det ikke masse men snarere energi og impuls som forplanter seg med bølgen.
C Superposisjonsprinsippet innebærer at bølgen $\xi = \xi_1 + \xi_2$ oppfyller bølgeligningen når ξ_1 og ξ_2 gjør det hver for seg.
D For tyngdebølger på dypt vann, med dispersjonsrelasjon $\omega(k) = \sqrt{gk}$, vil bølger med lang bølgelengde bevege seg langsommere enn bølger med kort bølgelengde.

25) Hvilken av disse bølgene er ikke lineærpolarisert?

A $\hat{y}\sin(kx - \omega t)$
B $\hat{y}\cos(kx - \omega t) + \hat{z}\cos(kx - \omega t)$
C $\hat{y}\sin(kx - \omega t) - \hat{z}\cos(kx - \omega t)$
D $\hat{y}\cos(kx - \omega t + \phi) - \hat{z}\sin(kx - \omega t + \phi) + \hat{y}\cos(kx - \omega t) + \hat{z}\sin(kx - \omega t)$

Institutt for fysikk, NTNU

FY1002/TFY4160 Bølgefysikk

Midtsemesterprøve fredag 10. oktober 2008 ca kl 12 – 14.

Emnekode: ☐ Studentnummer: ☐

Oppgave	A	B	C	D	Oppgave	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐	21	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐	22	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐	23	☐	☐	☐	☐
11	☐	☐	☐	☐	24	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐	25	☐	☐	☐	☐
13	☐	☐	☐	☐					

NB: Kontroller at du har satt ETT kryss for hver av de 25 oppgavene. Versjon 1