NOREGS TEKNISK-
NATURVITSKAPLEGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Kontakt under eksamen:
Jon Andreas Støvneng
Telefon: 73 59 36 63 / 45 45 55 33

EKSAMEN FY1002 og TFY4160 BØLGEFYSIKK
Fredag 5. desember 2008 kl. 0900 - 1300
Nynorsk

Hjelpemiddel: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling (alle språk).
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk, eller C. Angell og B. E. Lian: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjend kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidd av NTNU. (HP30S eller liknande.)

Side 2 – 7: Oppgåver
Side 8 – 16: Formelsamling

Prøva består av 5 oppgåver. Det er angitt kor mykje dei ulike oppgåvene tel under vurderinga. Dei prosentvise tala summerer seg opp til 100 %. Heile denne prøva tel 80 % på sluttkarakteren. Dei resterande 20 % vert utgjort av midtsemesterprøva som vart avhelde i oktober.

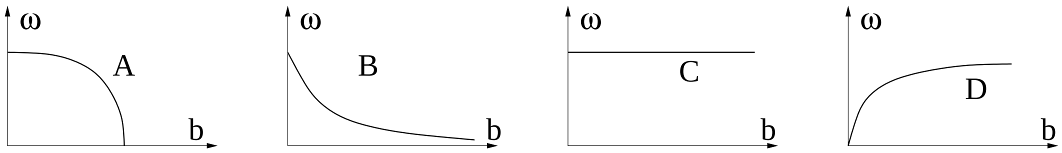
Sensuren kjem seinast 5. januar 2009.

OPPGÅVE 1 [tel 20 %, dvs 10 flervalgsoppgåver som tel 2% kvar]

Kvart av spørsmåla **a** – **j** har eit riktig og tre gale svaralternativ. Angi eit svar (A, B, C eller D) for kvart spørsmål. (Vi ber altså ikkje om grunngjevingar eller utrekninger på denne oppgåva.)

---

a) Ein masse m er festa til ei fjær med fjærkonstant k og kan utføre dempa harmoniske svingninger med vinkelfrekvens ω. Dempingskrafta verkar mot massens rørsle og er proporsjonal med massens hastigheit, $F_d = -b\dot{x}$. Kva for ein figur nedanfor viser korleis vinkelfrekvensen ω avheng av dempingskonstanten b?

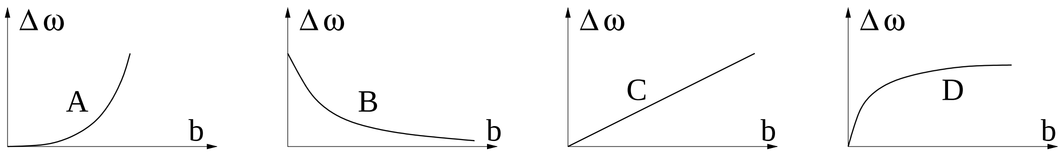


---

b) Massen i oppgåve **a)** vert så påverka av ei harmonisk kraft $F_0 \cos \omega t$ og tvinges dermed til å utføre harmoniske svingninger med amplitude

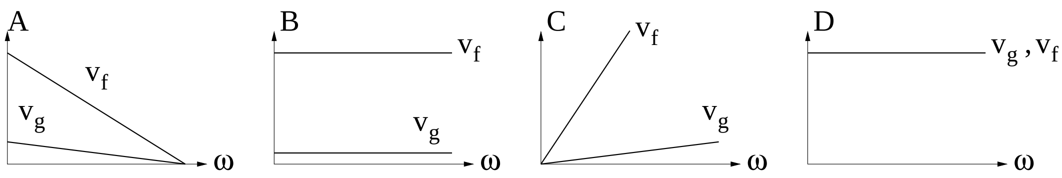
$$A(\omega) = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega^2 - k/m)^2 + \omega^2 b^2/m^2}}$$

Anta at dempinga er svak (dvs $b \ll \sqrt{mk}$). Kva for ein av figurane nedanfor viser korleis halvverdibredda $\Delta\omega$ avheng av dempingskonstanten b? $\Delta\omega$ er definert som bredda til $A(\omega)$ der kor A er ein faktor $1/\sqrt{2}$ av sin maksimale verdi.



---

c) Vi betrakter ei transversal harmonisk bølgje på ein streng, med liten amplitude (i forhold til bølgjelengda). Kva for ein av figurane nedanfor viser korleis fasehastigheiten v_f og gruppehastigheiten v_g avheng av bølgja sin vinkelfrekvens ω?



---

d) Bølgjelengdene for ståande lydbølgjer i eit langt og tynt rør med lengd L som er åpent i den eine enden og lukka i den andre enden, er (med $n = 1, 2, \ldots$)

A: $\lambda_n = L/n$ B: $\lambda_n = 2L/(n+1)$ C: $\lambda_n = 3L/2n$ D: $\lambda_n = 4L/(2n-1)$

---

e) Planet $z = 0$ representerer grenseflata mellom to ulike dielektriske medier. Dei to mediene er ikkje magnetiske, dvs dei har begge magnetisk permeabilitet μ_0, som vakuum. Kva for komponentar av det elektromagnetiske feltet er da *ikkje* kontinuerlege i $z = 0$?

A: Bare E_z B: E_z, B_x og B_y C: E_x, E_y og E_z D: B_x og B_y

---

f) Kva beskriv best årsaka til at himmelen er blå?

A: Intensiteten i stråling frå ein oscillerande elektrisk dipol auker sterkt med aukande frekvens.
B: I henhold til Snells brytningslov avbøyes blått lys meir enn rødt lys.
C: Brewsters vinkel er mindre for blått enn for rødt lys.
D: På grunn av dopplereffekten får vi ei såkalla blåforskyving av sollyset.

---

g) Kvitt lys som er polarisert i x-retning, propagerer i z-retning, og treff på eit spreiande medium (som f.eks. atmosfæra). Kva for ein påstand om det spreidde lyset er da direkte feil?

A: Størst intensitet i yz-planet.
B: Stor grad av polarisering i y- og z-retning.
C: Ein intensitet som avtek med bølgjelengda opphøgd i fjerde potens.
D: Tilnærma null intensitet i x-retning.

---

h) Ein fin haustkveld ser du månen spegle seg ute på ein innsjø. Du anslår månelysets innfallsvinkel til ein stad mellom 50 og 55 grader. Kva kan du da seie om lyset som reflekteres på vannoverflata?

A: Det er i stor grad sirkulærpolarisert.
B: Det er i stor grad polarisert normalt på innfallsplanet.
C: Det er i stor grad elliptisk polarisert.
D: Det er fullstendig upolarisert.

---

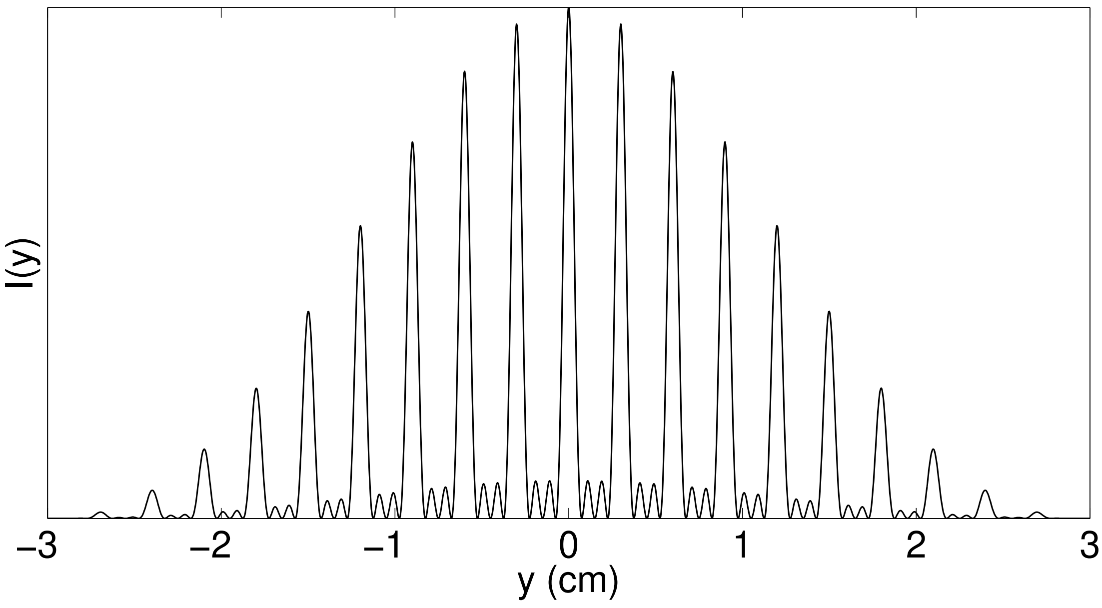
i) Koherent laserlys sammensatt av to bølgjelengder, 450 nm (blått) og 675 nm (orange), sendes inn mot eit diffraksjonsgitter med eit stort antall meget smale spalter. Dette resulterer i eit såkalla *linjespektrum*, der vi normalt bruker betegnelsen *linjer* i staden for hovedmaksima. (Såkalla bimaksima kan vi sjå bort frå her.) Kva for ein påstand er da korrekt vedrørande linjespektrene som observeres på ein skjerm langt unna diffraksjonsgitteret?

A: Blått og orange lys vil ha samtlege linjer sammenfallande.
B: Blått og orange lys vil ikkje ha noken sammenfallande linjer.
C: Kvar tredje linje for blått lys vil falle sammen med kvar andre linje for orange lys.
D: Kvar andre linje for blått lys vil falle sammen med kvar tredje linje for orange lys.

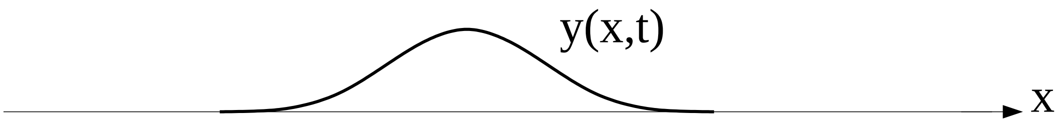
---

j) Koherent laserlys med bølgjelengd 600 nm passerer gjennom 4 parallelle spalter og resulterer i ei intensitetsfordeling $I(y)$ på ein skjerm i avstand $L = 100$ cm frå spaltane, sjå figuren nedanfor. Vi har da samanhangen $y = L \tan\theta$, der θ tilsvarer vinkelavviket i forhold til rett fram. Kva for ein kombinasjon av spaltebreidd a og (senter–til–senter) spalteavstand d er nytta i eksperimentet?

A: $a = 0.02$ mm, $d = 0.06$ mm
B: $a = 0.02$ mm, $d = 0.20$ mm
C: $a = 0.10$ mm, $d = 0.30$ mm
D: $a = 0.10$ mm, $d = 0.50$ mm



OPPGÅVE 2 [tel 30 %, dvs **a**, **b**, **c** og **d** tel 7.5 % kvar]



Ein bølgjepuls

$$y(x,t) = y_0 \exp\left[-(ax - bt)^2\right]$$

vandrar langs ein (tilnærma uendeleg lang) streng med masse μ pr lengdeining. Storleiken $y(x,t)$ representerer det transversale utsvinget (i forhold til likevekt) ved tidspunktet t for strengelementet i posisjonen x. Her er y_0, a, b og μ alle positive konstante storleiker som kan betraktes som kjende i denne oppgåva. Vi ser her kun på små utsving y.

a) I kva for retning propagerer bølgja? Kva slags (SI-)einginger har koeffisientane a og b? Kva er bølgjehastigheiten v? Med kor stor kraft S er strengen strekt?

b) Kva er bølgjepulsens halvverdibreidd Δx? Δx er definert som breidda der utsvinget y er lik maksimalt utsving multiplisert med $1/\sqrt{2}$.

c) Finn eit uttrykk for bølgjepulsens totale energi E. Kontroller at uttrykket for E har riktig dimensjon.

d) Rekn ut bølgjas totale impuls p.

Oppgitt:

Bølgjeenergi pr lengdeining:

$$\varepsilon(x,t) = \mu v^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

Bølgjeimpuls pr lengdeining:

$$\pi(x,t) = \mu \left(1 - \frac{\partial y}{\partial x}\right) \frac{\partial y}{\partial t}$$

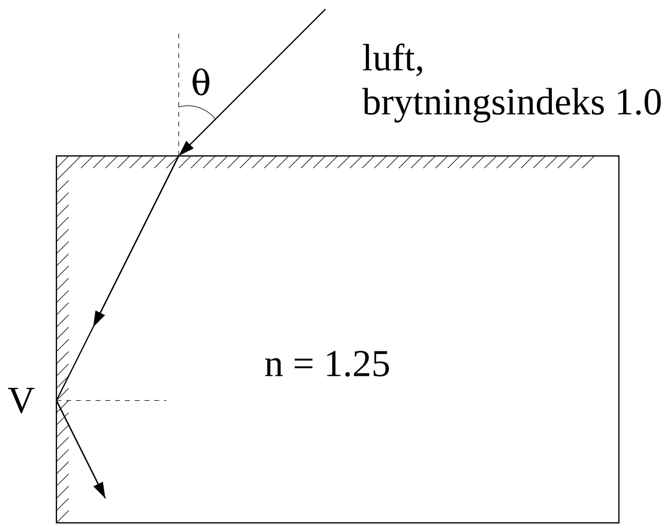
Eit par integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \beta e^{-\beta^2} d\beta = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \beta^2 e^{-\beta^2} d\beta = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

OPPGÅVE 3 [tel 15%]

Ei plan elektromagnetisk bølgje kjem inn i nærleiken av hjørnet på eit dielektrisk materiale med brytningsindeks $n = 1.25$. (Det omgjevande mediet er luft med brytningsindeks 1.0.) Innfallsplanet tilsvarer papirplanet og står dermed vinkelrett på den vertikale overflata til venstre (merkt V i figuren). For kva slags verdiar av innfallsvinkelen θ får vi total refleksjon i den vertikale overflata til venstre?



OPPGÅVE 4 [tel 15%]

Ei radioantenne er plassert i $x = 0$ og mottek tre koherente, plane elektromagnetiske cosinusbølgjer, ei med amplitude A og vinkelfrekvens Ω, dei to andre med amplitude α og vinkelfrekvens henholdsvis $\Omega + \omega$ og $\Omega - \omega$. Alle dei tre bølgjene forplanter seg i positiv x-retning, er polarisert i same retning, har fasekonstant lik null, og interfererer maksimalt konstruktivt i $x = 0$ ved $t = 0$. Vis at den totale elektriske feltstyrka $E(t)$ ved radioantenna da kan skrivast på forma

$$E(t) = A \cos \Omega t \; [1 + M(t)]$$

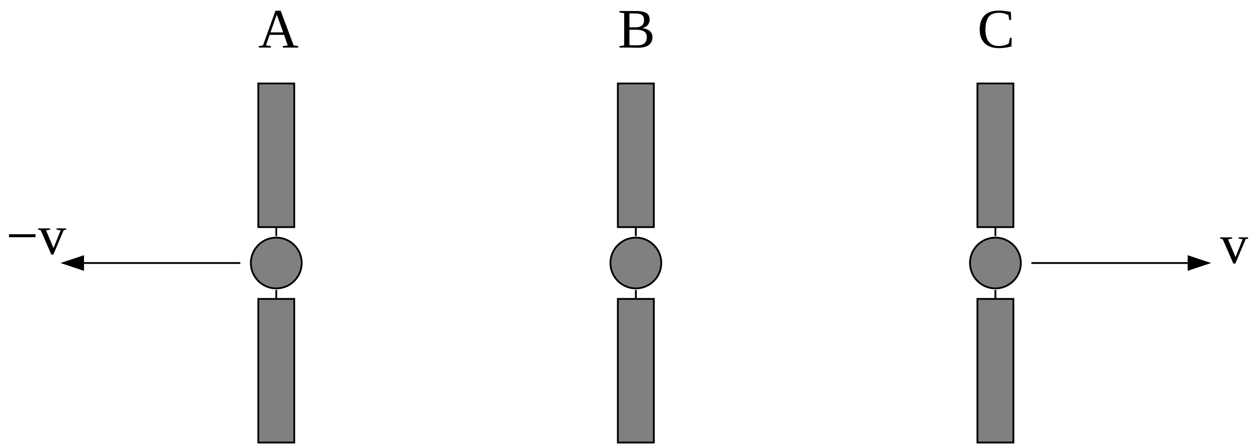
og bestem på den måten "modulasjonsbølgja" $M(t)$. Skisser storleiken $E(t)/A$ mellom $t = 0$ og $t = 2\pi/\omega$ når $\alpha/A = 0.2$ og $\omega/\Omega = 0.1$.

Oppgitt:

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

OPPGÅVE 5 [tel 20 %, dvs **a** og **b** tel 10% kvar]

a) Tre identiske satellittar A, B og C har radiosender og -mottakar ombord. Alle tre kringkaster (dvs sender ut elektromagnetiske bølgjer) med frekvens f_0 (målt i satellittanes eige kvilesystem). Satellittane A og C beveger seg med hastigheit henholdsvis $-v$ og v relativt satellitt B, som vist i figuren:



Bestem frekvensane $f_{\rm CB}$ og $f_{\rm CA}$ på signala som mottakaren på satellitt C mottek frå senderane på henholdsvis satellitt B og satellitt A.

Kva blir differansen $f_{\rm CB} - f_{\rm CA}$ når satellittanes relative hastigheiter er små i forhold til lyshastigheita, dvs $v \ll c$? (Med andre ord: Finn eit tilnærma uttrykk for denne differansen, til leiande orden i den lille storleiken v/c.)

b) Ein rakett akselererast utelukkande ved å sende ut (masselause) fotoner, alle i ei og samme retning. Raketten startar i ro med masse M_0. Kva er rakettens hastigheit v når dens masse har blitt redusert til M_1? Bestem talverdi for v/c dersom $M_1 = M_0/2$. Heilt til slutt, vurder om uttrykket du har funne for v er fornuftig i grensa $M_1 \to 0$. (Alternativt: Kva *bør* v bli i denne grensa?)

Formelsamling

Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighet og symbolenes betydning antas å være kjent.

- Harmonisk plan bølge:

$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$
$$\xi(\boldsymbol{r},t) = \xi_0 \sin(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} - \omega t + \phi)$$

- Bølgeligning:

$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$
$$\nabla^2 \xi(\boldsymbol{r},t) \left(\equiv \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}\right) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2}$$

- Fasehastighet:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

- Gruppehastighet:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

- Generelt for ikkedispersive udempede bølger:

$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{massetetthet}}}$$

- Generelt for lineær respons i elastiske medier:

$$\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} \times \text{relativ tøyning}$$

- For transversale bølger på streng:

$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

- For longitudinale bølger i fluider:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

- For longitudinale bølger i faste stoffer:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

- Middelverdi av harmonisk varierende størrelse $A(x,t)$, midlet over bølgelengde λ:

$$\overline{A} = \frac{\int_0^\lambda A(x,t)\,dx}{\int_0^\lambda dx} = \frac{1}{\lambda}\int_0^\lambda A(x,t)\,dx$$

  Middelverdi av harmonisk varierende størrelse $A(x,t)$, midlet over periode T:

$$\langle A\rangle = \frac{\int_0^T A(x,t)\,dt}{\int_0^T dt} = \frac{1}{T}\int_0^T A(x,t)\,dt$$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan bølge:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\overline{P} = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Intensitet i harmonisk plan bølge:

$$I = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere impulstetthet for harmonisk bølge:

$$\overline{\pi} = \frac{\overline{\varepsilon}}{v}$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_BT$$

- Varmekapasitet ved konstant trykk (Q = varme):

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p$$

- Varmekapasitet ved konstant volum (Q = varme):

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$$

- Adiabatiske forhold (dvs ingen varmeutveksling):

$$pV^{\gamma} = \text{konstant}$$

- Adiabatkonstanten:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

Gass med 1-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med 2-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

- Bulkmodul for ideell gass ved adiabatiske forhold:

$$B = \gamma p$$

- Lydhastighet i gass (m = molekylmassen):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B\frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

med $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

- Dopplereffekt for lydbølger:

$$\nu_{\text{O}} = \frac{1 - v_{\text{O}}/v}{1 - v_{\text{S}}/v}\,\nu_{\text{S}}$$

- For sjokkbølger gjelder:

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_{\text{S}}}$$

- Transversal bølge på streng med massetetthet μ_1 for $x < 0$ og μ_2 for $x > 0$, innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:
$$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$
  Amplitude for transmittert bølge:
$$y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$
  Refleksjonskoeffisient:
$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$
  Transmisjonskoeffisient:
$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Plan lydbølge normalt inn mot grenseflate i $x = 0$ mellom to medier med elastiske moduler og massetettheter henholdsvis E_1, ρ_1 (for $x < 0$) og E_2, ρ_2 (for $x > 0$), innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:
$$\xi_{r0} = \frac{\sqrt{\rho_2 E_2} - \sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$
  Amplitude for transmittert bølge:
$$\xi_{t0} = \frac{2\sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$
  Refleksjonskoeffisient:
$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$
  Transmisjonskoeffisient:
$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Maxwells ligninger på integralform:

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = q/\varepsilon_0$$

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} = 0$$

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt}\int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A}$$

- Maxwells ligninger på differensialform:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \rho/\varepsilon_0$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

- Lorentzkraften:

$$\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right)$$

- Bølgeligning for $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$ i vakuum:

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2}$$

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

- Intensitet i elektromagnetisk bølge:

$$I = c\varepsilon_0 \overline{E^2} = c\varepsilon_0 \langle E^2 \rangle$$

- Poyntings vektor:

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$$

- Impuls i elektromagnetisk bølge:

$$\boldsymbol{\pi} = \mu_0\varepsilon_0 \boldsymbol{S}$$

- Elektrisk dipolmoment:

$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$$

- Magnetisk dipolmoment:

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A}$$

- Midlere utstrålt effekt fra oscillerende elektrisk dipol $p_0 \cos(\omega t)$:

$$\langle P \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$$

- Midlere utstrålt effekt fra oscillerende magnetisk dipol $m_0 \cos(\omega t)$:

$$\langle P \rangle = \frac{\mu_0 m_0^2 \omega^4}{12\pi c^3}$$

- Malus' lov:

$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$

- Lineære medier:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{P} &= \varepsilon_0 \chi_e \boldsymbol{E} \\
\boldsymbol{D} &= \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \boldsymbol{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E} \\
\boldsymbol{M} &= \chi_m \boldsymbol{H} \\
\boldsymbol{B} &= \mu_0 \boldsymbol{H} + \boldsymbol{M} = \mu_0 (1 + \chi_m) \boldsymbol{H} = \mu_0 \mu_r \boldsymbol{H} = \mu \boldsymbol{H} \\
\oint \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} &= q_{\text{fri}} \\
\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} &= 0 \\
\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} &= -\frac{d}{dt} \int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} \\
\oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} &= I_{\text{fri}} + \frac{d}{dt} \int \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} \\
\nabla \cdot \boldsymbol{D} &= \rho_{\text{fri}} \\
\nabla \cdot \boldsymbol{B} &= 0 \\
\nabla \times \boldsymbol{E} &= -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \\
\nabla \times \boldsymbol{H} &= \boldsymbol{j}_{\text{fri}} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \\
u &= \frac{1}{2} \varepsilon E^2 + \frac{1}{2\mu} B^2 \\
\boldsymbol{S} &= \frac{1}{\mu} \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}
\end{aligned}$$

- For elektromagnetiske bølger i medier ($q_{\text{fri}} = I_{\text{fri}} = 0$):

$$\begin{aligned}
\nabla^2 \boldsymbol{E} &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} \\
\nabla^2 \boldsymbol{B} &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2} \\
v &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n}
\end{aligned}$$

- Grenseflatebetingelser ($q_{\text{fri}} = I_{\text{fri}} = 0$ i grenseflaten):

$$\begin{aligned}
\Delta D_\perp &= 0 \\
\Delta E_\parallel &= 0 \\
\Delta B_\perp &= 0 \\
\Delta H_\parallel &= 0
\end{aligned}$$

- Refleksjon og brytning:

$$\theta_r = \theta_i$$

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$$

- Youngs eksperiment med to smale spalter:

$$I(\theta) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)$$

- Diffraksjonsgitter med N smale spalter:

$$I(\theta) = I_0\,\frac{\sin^2\left(\frac{N\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}$$

- Diffraksjon fra en spalte:

$$I(\theta) = I(0)\,\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)^2}$$

- Diffraksjon fra N spalter, spaltebredde a, spalteavstand d:

$$I(\theta) = \hat{I}\,\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)^2}\cdot\frac{\sin^2\left(\frac{N\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}$$

- Lorentzfaktor:

$$\gamma = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1/2}$$

- Lorentztransformasjonene ($\overline{S}$ har hastighet $\boldsymbol{v} = v\hat{x}$ i forhold til S):

$$\begin{aligned}
\overline{x} &= \gamma\,(x - vt) \\
\overline{y} &= y \\
\overline{z} &= z \\
\overline{t} &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x &= \gamma\,(\overline{x} + v\overline{t}) \\
y &= \overline{y} \\
z &= \overline{z} \\
t &= \gamma\left(\overline{t} + \frac{v}{c^2}\overline{x}\right)
\end{aligned}$$

- Tidsdilatasjon:

$$\Delta t = \gamma \Delta \overline{t}$$

- Lengdekontraksjon:

$$\Delta \overline{x} = \gamma \Delta x$$

- Hastighet i S ($\boldsymbol{u} = u_x\hat{x} + u_y\hat{y} + u_z\hat{z}$):

$$u_x = dx/dt$$

$$u_y = dy/dt$$

$$u_z = dz/dt$$

  Hastighet i $\overline{S}$ ($\overline{\boldsymbol{u}} = \overline{u}_x\hat{x} + \overline{u}_y\hat{y} + \overline{u}_z\hat{z}$):

$$\overline{u}_x = d\overline{x}/d\overline{t}$$

$$\overline{u}_y = d\overline{y}/d\overline{t}$$

$$\overline{u}_z = d\overline{z}/d\overline{t}$$

- Addisjon av hastigheter (alle hastigheter i samme retning):

$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + v_{AB}v_{BC}/c^2}$$

- Dopplereffekt for elektromagnetiske bølger:

$$\overline{\nu} = \nu \left(\frac{c - v}{c + v}\right)^{1/2}$$

- Relativistisk impuls:

$$\boldsymbol{p} = \gamma m \boldsymbol{v}$$

- Newtons 2. lov:

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$$

- Energi:

$$\begin{aligned} E &= \gamma mc^2 \\ E_0 &= mc^2 \\ E_k &= E - E_0 \\ E^2 &= (pc)^2 + \left(mc^2\right)^2 \end{aligned}$$

- Elastisk prosess: E, $\boldsymbol{p}$, E_k og m bevart.
- Uelastisk prosess: E og $\boldsymbol{p}$ bevart.