NOREGS TEKNISK-
NATURVITSKAPLEGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Kontakt under eksamen:
Jon Andreas Støvneng
Telefon: 73 59 36 63 / 45 45 55 33

EKSAMEN FY1002 og TFY4160 BØLGEFYSIKK
Torsdag 3. desember 2009 kl. 0900 - 1300
Nynorsk

Hjelpemiddel: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling (alle språk).
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk, eller C. Angell og B. E. Lian: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjend kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidd av NTNU. (Citizen SR-270X eller HP30S.)

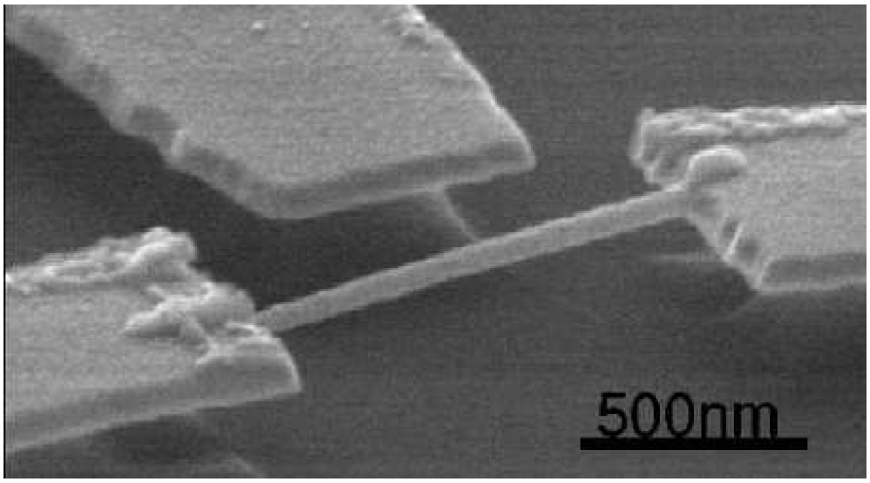
Side 2 – 6: Oppgåver
Side 7 – 15: Formelsamling

Prøva består av 6 oppgåver. Det er angitt kor mykje dei ulike oppgåvene normalt vil telje under vurderinga. Dei prosentvise tala summerer seg opp til 100 %. Heile denne prøva tel 80 % på sluttkarakteren. Dei resterande 20 % vert utgjorde av midtsemesterprøva som vart arrangert tidlegare i haust.

Sensuren kjem seinast 3. januar 2010.

OPPGÅVE 1 [tel 25 %]

Bruk SI-eininger og 3 gjeldande siffer for talsvara i denne oppgåva.



Moderne teknologi gjer det mogleg å laga meget tynne og korte strenger. Eit døme vert rapportert i Applied Physics Letters **83**, side 1240 (2003). Her er ein platinastreng med lengd $L = 1.30\,\mu$m og diameter $d = 2R = 43.0$ nm fastspent i begge ender. Platina har massetettleik $\rho = 21.1$ g/cm^3. Ei grundig analyse av vibrasjonar på ein slik "faststoffstreng" er litt komplisert. Her skal vi ganske enkelt anta ei strekk-kraft $S = 2.28\,\mu$N og studere harmoniske transversale ståande bølgjer på strengen, som er festa i $x = 0$ og $x = L$, med utsving i y-retninga.

a) Bestem platinastrengen sin masse M og dens masse μ pr lengdeining. Kva blir bølgjefarten v for transversale bølgjer på ein slik streng?

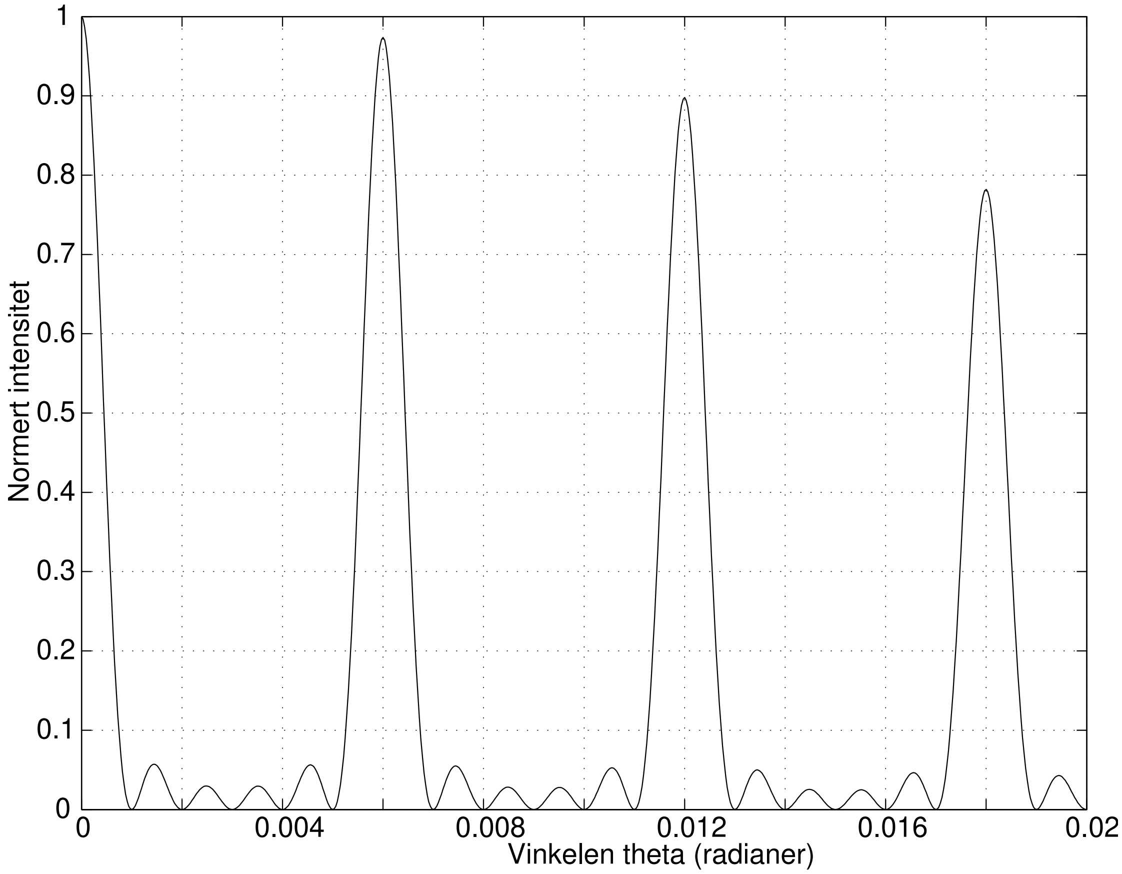
b) Vis at ein superposisjon av ei høgre- og ei venstregåande bølgje, henholdsvis $y_1(x,t) = y_0 \sin(kx - \omega t)$ og $y_2(x,t) = y_0 \sin(kx + \omega t)$, blir ei ståande bølgje

$$y(x,t) = A(x)\cos\omega t.$$

Bestem derved den posisjonsavhengige "amplitudefunksjonen" $A(x)$, og bruk grensevilkåra $y(0,t) = y(L,t) = 0$ til å fastleggje bølgjetal k_n, bølgjelengder λ_n og tilhøyrande resonansfrekvenser f_n for ståande bølgjer på strengen ($n = 1, 2, 3, \ldots$). Både uttrykk og talverdier skal bestemmast.

c) I eksperimentet vibrerer nanostrengen i den "fundamentale moden", dvs med den lågaste resonansfrekvensen f_1. Maksimalt utsving på strengen vart anslått til 1 nm. Skisser utsvinget $y(x,t)$ ved dei tre tidspunkta 0, $T_1/4$ og $T_1/2$. (Her er T_1 perioden.) Bestem strengen sin totale mekaniske energi E. Vi vel her nullnivå for potensiell energi når $y = 0$. (Tips: $E = E_k^{\max}$, eventuelt $E = E_p^{\max}$.)

OPPGÅVE 2 [tel 15 %]



a) Figuren over syner normert intensitetsfordeling $I(\theta)$ for laserlys som har passert gjennom N parallelle spalter med spaltebreidd a og spalteavstand d. Av symmetrigrunner er $I(-\theta) = I(\theta)$. Laseren si bølgjelengd er $\lambda = 600$ nm. Bruk figuren til å bestemme N, a og d.

b) Vis at halvverdibreidda $\Delta\theta \simeq (\theta_+ - \theta_-)/2$ til nullte ordens hovedmaksimum avtek proporsjonalt med antal spalter N,

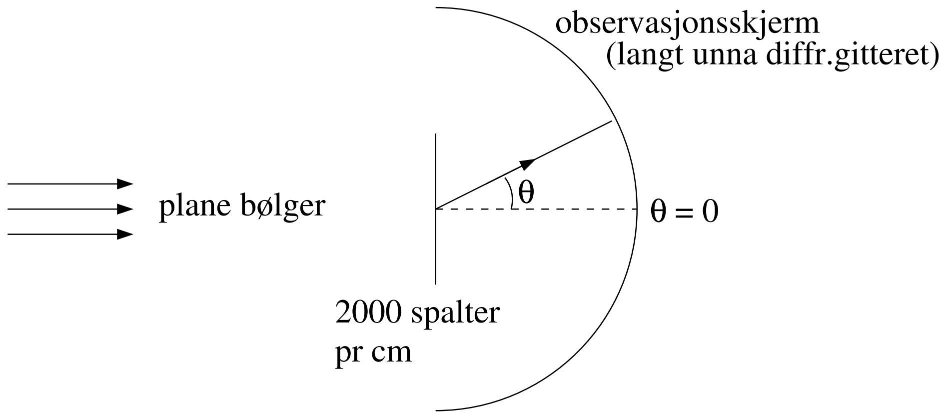
$$\Delta\theta \simeq \frac{\alpha}{N},$$

og fastlegg derved (den dimensjonslause) storleiken α. Her er $\theta_+ > 0$ og $\theta_- < 0$ dei to vinklane som gjev første nullpunkt på kvar si side av nullte ordens maksimum ved $\theta = 0$. Sett inn talverdier i uttrykket for $\Delta\theta$ og samanlikn med halvverdibreidda som du finn ved å lese av i figuren.

Oppgitt: $\sin x \simeq x - x^3/6$ og $\arcsin x \simeq x$ når $x \ll 1$.

OPPGÅVE 3 [tel 15%]

Elektromagnetisk stråling frå ei glødelampe vert sendt inn mot eit diffraksjonsgitter med 2000 (meget smale) spalter pr cm. Strålinga inneheld alle bølgjelengder i den synlege delen av spektret (som ein her kan anta ligg mellom 400 og 700 nm), samt ultrafiolett (UV) stråling ned mot 200 nm og infraraud (IR) stråling opp mot fleire tusen nm. Vi antek at bølgjer med ei gitt bølgjelengd er koherente etter at dei har passert diffraksjonsgitteret.



a) Kva er diffraksjonsgitterets spalteavstand d?

b) Kva slags lys ser du på observasjonsskjermen i nullte ordens maksimum (dvs ved $\theta = 0$)?

c) Kva for vinkelområde $(\theta_1^{\text{min}}, \theta_1^{\text{max}})$ spenner synleg lys over i 1. ordens maksimum? Forklar kva du ser mellom θ_1^{min} og θ_1^{max}.

d) Synleg lys i 1. orden overlapper ikkje med synleg lys i høgare ordner. Finn ut i kva for grad 2. ordens maksimum overlapper med høgre ordner i det synlege området. Angi kva for ordner, og i kvart tilfelle kva for vinkelområde.

[Med *maksima* meiner vi i denne oppgåva *hovedmaksima*. Sekundære maksima er utan betydning pga det store antalet spalter i diffraksjonsgitteret.]

OPPGÅVE 4 [tel 15%]

I denne oppgåva ser vi på tyngdebølgjer i grenseflata mellom luft og vann. Disse oppfyller dispersjonsrelasjonen

$$\omega(k) = \sqrt{gk \tanh(kd)}.$$

Her er k bølgjetalet, g tyngden sin akselerasjon og d vatnet si djupne.

a) Finn eit uttrykk for fasefarten v. Skisser v som funksjon av den dimensjonslause storleiken kd. Kva slags bølgjer beveger seg raskast, dei langbølgja eller dei kortbølgja? Kva blir maksimal bølgjefart for ei gitt djupne d?

b) Finn eit uttrykk for djupna d, nærare bestemt d uttrykt ved v, g og bølgjelengda λ. Hvis du observerer at bølgjer med bølgjelengd 2 m beveger seg med fart 1.7 m/s, kor djupt er vatnet da? (Bruk $g = 9.8$ m/s^2.)

Oppgitt:

$$\tanh x = \sinh x / \cosh x = (1 - \exp(-2x))/(1 + \exp(-2x))$$

$$\tanh x \simeq x - x^3/3 \quad \text{for} \quad x \ll 1$$

$$\sqrt{1+x} \simeq 1 + x/2 \quad \text{for} \quad x \ll 1$$

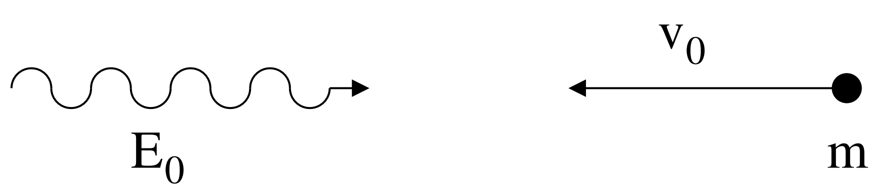
OPPGÅVE 5 [tel 10 %]

Ein ideell gass beståande av toatomige molekyl vert pressa saman under adiabatiske tilhøve (dvs utan varmeutveksling med omgjevnadane) slik at trykket auker til det dobbelte. Med kva for faktor auker da lydhastigheten i gassen?

OPPGÅVE 6 [tel 20 %]

All rørsle foregår langs ei rett linje i denne oppgåva. Alle svar kan uttrykkjast ved dei kjende storleikene E_0 og m, samt lysfarten c.

Eit (masselaust) foton med energi E_0 kolliderer med ein partikkel med masse m:



a) Kor stor fart v_0 må partikkelen ha før kollisjonen for at fotonet framleis skal ha energien E_0 etter kollisjonen?

b) Kva er partikkelen sin fart v_1 etter kollisjonen?

c) Kva er systemet sin totale impuls p og energi E?

d) I punktene a – c ovanfor er alle storleiker målt i labsystemet. Kva er fotonet sin fart målt i partikkelen sitt kvilesystem S_0 før kollisjonen? Enn i partikkelen sitt kvilesystem S_1 etter kollisjonen?

Formelsamling

Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighet og symbolenes betydning antas å være kjent.

- Harmonisk plan bølge:
$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$
$$\xi(\boldsymbol{r},t) = \xi_0 \sin(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - \omega t + \phi)$$

- Bølgeligning:
$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$
$$\nabla^2 \xi(\boldsymbol{r},t) \left(\equiv \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2}$$

- Fasehastighet:
$$v = \frac{\omega}{k}$$

- Gruppehastighet:
$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

- Generelt for ikkedispersive udempede bølger:
$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{massetetthet}}}$$

- Generelt for lineær respons i elastiske medier:
$$\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} \times \text{relativ tøyning}$$

- For transversale bølger på streng:
$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

- For longitudinale bølger i fluider:
$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

- For longitudinale bølger i faste stoffer:
$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

- Middelverdi av harmonisk varierende størrelse $A(x,t)$, midlet over bølgelengde λ:

$$\overline{A} = \frac{\int_0^\lambda A(x,t)\,dx}{\int_0^\lambda dx} = \frac{1}{\lambda}\int_0^\lambda A(x,t)\,dx$$

  Middelverdi av harmonisk varierende størrelse $A(x,t)$, midlet over periode T:

$$\langle A \rangle = \frac{\int_0^T A(x,t)\,dt}{\int_0^T dt} = \frac{1}{T}\int_0^T A(x,t)\,dt$$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan bølge:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\overline{P} = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Intensitet i harmonisk plan bølge:

$$I = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere impulstetthet for harmonisk bølge:

$$\overline{\pi} = \frac{\overline{\varepsilon}}{v}$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_BT$$

- Varmekapasitet ved konstant trykk (Q = varme):

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p$$

- Varmekapasitet ved konstant volum (Q = varme):

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$$

- Adiabatiske forhold (dvs ingen varmeutveksling):

$$pV^\gamma = \text{konstant}$$

- Adiabatkonstanten:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

  Gass med 1-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med 2-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

- Bulkmodul for ideell gass ved adiabatiske forhold:

$$B = \gamma p$$

- Lydhastighet i gass (m = molekylmassen):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B\frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

  med $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

- Dopplereffekt for lydbølger:

$$\nu_\text{O} = \frac{1 - v_\text{O}/v}{1 - v_\text{S}/v}\,\nu_\text{S}$$

- For sjokkbølger gjelder:

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_\text{S}}$$

- Transversal bølge på streng med massetetthet μ_1 for $x < 0$ og μ_2 for $x > 0$, innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

  $$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

  $$y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

  $$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

  $$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Plan lydbølge normalt inn mot grenseflate i $x = 0$ mellom to medier med elastiske moduler og massetettheter henholdsvis E_1, ρ_1 (for $x < 0$) og E_2, ρ_2 (for $x > 0$), innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

  $$\xi_{r0} = \frac{\sqrt{\rho_2 E_2} - \sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

  $$\xi_{t0} = \frac{2\sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

  $$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

  $$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Maxwells ligninger på integralform:

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = q/\varepsilon_0$$

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} = 0$$

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt}\int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A}$$

- Maxwells ligninger på differensialform:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \rho/\varepsilon_0$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

- Lorentzkraften:

$$\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right)$$

- Bølgeligning for $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$ i vakuum:

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2}$$

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

- Intensitet i elektromagnetisk bølge:

$$I = c\varepsilon_0\overline{E^2} = c\varepsilon_0\langle E^2\rangle$$

- Poyntings vektor:

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$$

- Impuls i elektromagnetisk bølge:

$$\boldsymbol{\pi} = \mu_0\varepsilon_0 \boldsymbol{S}$$

- Elektrisk dipolmoment:
$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$$
- Magnetisk dipolmoment:
$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A}$$
- Midlere utstrålt effekt fra oscillerende elektrisk dipol $p_0 \cos(\omega t)$:
$$\langle P \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$$
- Midlere utstrålt effekt fra oscillerende magnetisk dipol $m_0 \cos(\omega t)$:
$$\langle P \rangle = \frac{\mu_0 m_0^2 \omega^4}{12\pi c^3}$$
- Malus' lov:
$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$
- Lineære medier:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{P} &= \varepsilon_0 \chi_e \boldsymbol{E} \\
\boldsymbol{D} &= \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_0(1+\chi_e)\boldsymbol{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E} \\
\boldsymbol{M} &= \chi_m \boldsymbol{H} \\
\boldsymbol{B} &= \mu_0 \boldsymbol{H} + \boldsymbol{M} = \mu_0(1+\chi_m)\boldsymbol{H} = \mu_0 \mu_r \boldsymbol{H} = \mu \boldsymbol{H} \\
\oint \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} &= q_{\text{fri}} \\
\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} &= 0 \\
\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} &= -\frac{d}{dt} \int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} \\
\oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} &= I_{\text{fri}} + \frac{d}{dt} \int \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} \\
\nabla \cdot \boldsymbol{D} &= \rho_{\text{fri}} \\
\nabla \cdot \boldsymbol{B} &= 0 \\
\nabla \times \boldsymbol{E} &= -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \\
\nabla \times \boldsymbol{H} &= \boldsymbol{j}_{\text{fri}} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \\
u &= \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2\mu} B^2 \\
\boldsymbol{S} &= \frac{1}{\mu} \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}
\end{aligned}
$$

- For elektromagnetiske bølger i medier ($q_{\mathrm{fri}} = I_{\mathrm{fri}} = 0$):

$$\begin{aligned} \nabla^2 \boldsymbol{E} &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \boldsymbol{B} &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2} \\ v &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n} \end{aligned}$$

- Grenseflatebetingelser ($q_{\mathrm{fri}} = I_{\mathrm{fri}} = 0$ i grenseflaten):

$$\begin{aligned} \Delta D_\perp &= 0 \\ \Delta E_\parallel &= 0 \\ \Delta B_\perp &= 0 \\ \Delta H_\parallel &= 0 \end{aligned}$$

- Refleksjon og brytning:

$$\theta_r = \theta_i$$

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$$

- Youngs eksperiment med to smale spalter:

$$I(\theta) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)$$

- Diffraksjonsgitter med N smale spalter:

$$I(\theta) = I_0 \,\frac{\sin^2\left(\frac{N\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}$$

- Diffraksjon fra en spalte:

$$I(\theta) = I(0)\,\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)^2}$$

- Diffraksjon fra N spalter, spaltebredde a, spalteavstand d:

$$I(\theta) = \hat{I}\,\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)^2}\cdot\frac{\sin^2\left(\frac{N\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}$$

- Lorentzfaktor:

$$\gamma = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1/2}$$

- Lorentztransformasjonene ($\overline{S}$ har hastighet $\boldsymbol{v} = v\hat{x}$ i forhold til S):

$$\begin{aligned}\overline{x} &= \gamma\,(x - vt)\\ \overline{y} &= y\\ \overline{z} &= z\\ \overline{t} &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x &= \gamma\,(\overline{x} + v\overline{t})\\ y &= \overline{y}\\ z &= \overline{z}\\ t &= \gamma\left(\overline{t} + \frac{v}{c^2}\overline{x}\right)\end{aligned}$$

- Tidsdilatasjon:

$$\Delta t = \gamma \Delta \overline{t}$$

- Lengdekontraksjon:

$$\Delta \overline{x} = \gamma \Delta x$$

- Hastighet i S ($\boldsymbol{u} = u_x\hat{x} + u_y\hat{y} + u_z\hat{z}$):

$$u_x = dx/dt$$

$$u_y = dy/dt$$

$$u_z = dz/dt$$

  Hastighet i $\overline{S}$ ($\overline{\boldsymbol{u}} = \overline{u}_x\hat{x} + \overline{u}_y\hat{y} + \overline{u}_z\hat{z}$):

$$\overline{u}_x = d\overline{x}/d\overline{t}$$

$$\overline{u}_y = d\overline{y}/d\overline{t}$$

$$\overline{u}_z = d\overline{z}/d\overline{t}$$

- Addisjon av hastigheter (alle hastigheter i samme retning):

$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + v_{AB}v_{BC}/c^2}$$

- Dopplereffekt for elektromagnetiske bølger:

$$\overline{\nu} = \nu\left(\frac{c - v}{c + v}\right)^{1/2}$$

- Relativistisk impuls:

$$\boldsymbol{p} = \gamma m \boldsymbol{v}$$

- Newtons 2. lov:

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$$

- Energi:

$$\begin{aligned} E &= \gamma mc^2 \\ E_0 &= mc^2 \\ E_k &= E - E_0 \\ E^2 &= (pc)^2 + \left(mc^2\right)^2 \end{aligned}$$

- Elastisk prosess: E, $\boldsymbol{p}$, E_k og m bevart.
- Uelastisk prosess: E og $\boldsymbol{p}$ bevart.

GOD JUL!