Institutt for fysikk, NTNU
FY1002/TFY4160 Bølgefysikk
Høst 2010

Flervalgsoppgaver i bølgefysikk

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)
- Formelsamling i bølgefysikk er inkludert på de neste 7 sidene.

Opplysninger:

- Prøven består av 20 oppgaver. Hver oppgave har ett riktig og tre gale svaralternativ.
- Du *skal* krysse av for *ett* svaralternativ på *hver* oppgave. Avkryssing for *mer enn ett* alternativ eller *ingen* alternativ betraktes som *feil* svar og gir i begge tilfelle null poeng.
- Noen verdier: Tyngdens akselerasjon: $g = 9.8$ m/s^2, Boltzmanns konstant: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K, Avogadros tall: $N_A = 6 \cdot 10^{23}$, Protonmassen: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Nøytronmassen: $m_n = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Vakuumpermittiviteten: $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m. Vakuumpermeabiliteten: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.
- Symboler angis i kursiv (f.eks m for masse) mens enheter angis uten kursiv (f.eks m for meter). Vektorer angis med fete symboler. Enhetsvektorer angis med hatt over.
- SI-prefikser: T (tera) = 10^{12}, G (giga) = 10^9, M (mega) = 10^6, k (kilo) = 10^3, c (centi) = 10^{-2}, m (milli) = 10^{-3}, μ (mikro) = 10^{-6}, n (nano) = 10^{-9}, p (piko) = 10^{-12}.

Formelsamling Bølgefysikk

Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighet og symbolenes betydning antas å være kjent.

- Harmonisk plan bølge:
$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$
- Bølgeligning:
$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$
- Fasehastighet:
$$v = \frac{\omega}{k}$$
- Gruppehastighet:
$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$
- Generelt for ikkedispersive udempede bølger:
$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{massetetthet}}}$$
- Generelt for lineær respons i elastiske medier:
$$\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} \times \text{relativ tøyning}$$
- For transversale bølger på streng:
$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$
- For longitudinale bølger i fluider:
$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$
- For longitudinale bølger i faste stoffer:
$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan bølge:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\overline{P} = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere intensitet i harmonisk plan bølge:

$$I = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere impulstetthet for harmonisk bølge:

$$\overline{\pi} = \frac{\overline{\varepsilon}}{v}$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_BT$$

- Varmekapasitet ved konstant trykk (Q = varme):

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p$$

- Varmekapasitet ved konstant volum (Q = varme):

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$$

- Adiabatiske forhold (dvs ingen varmeutveksling):

$$pV^\gamma = \text{konstant}$$

- Adiabatkonstanten:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

  Gass med 1-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med 2-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

- Bulkmodul for ideell gass ved adiabatiske forhold:

$$B = \gamma p$$

- Lydhastighet i gass (m = molekylmassen):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B\frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10\log\frac{I}{I_0}$$

  med $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

- Dopplereffekt:

$$\nu_\text{O} = \frac{1 - v_\text{O}/v}{1 - v_\text{S}/v}\,\nu_\text{S}$$

- For sjokkbølger:

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_\text{S}}$$

- Transversal bølge på streng med massetetthet μ_1 for $x < 0$ og μ_2 for $x > 0$, innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

$$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

$$y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Plan lydbølge normalt inn mot grenseflate i $x = 0$ mellom to medier med elastiske moduler og massetettheter henholdsvis E_1, ρ_1 (for $x < 0$) og E_2, ρ_2 (for $x > 0$), innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

$$\xi_{r0} = \frac{\sqrt{\rho_2 E_2} - \sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

$$\xi_{t0} = \frac{2\sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Maxwells ligninger på integralform:

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = q/\varepsilon_0$$

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} = 0$$

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt}\int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}\int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A}$$

- Maxwells ligninger på differensialform:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \rho/\varepsilon_0$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

- Lorentzkraften:

$$\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right)$$

- Bølgeligning for $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$ i vakuum:

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2}$$

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

- Intensitet i elektromagnetisk bølge:

$$I = c\varepsilon_0\overline{E^2} = c\varepsilon_0\langle E^2\rangle$$

- Poyntings vektor:

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$$

- Impulstetthet i elektromagnetisk bølge:

$$\boldsymbol{\pi} = \mu_0\varepsilon_0\boldsymbol{S}$$

- Elektrisk dipolmoment:
$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$$
- Magnetisk dipolmoment:
$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A}$$
- Midlere utstrålt effekt fra oscillerende elektrisk dipol $p_0 \cos(\omega t)$:
$$\langle P \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$$
- Midlere utstrålt effekt fra oscillerende magnetisk dipol $m_0 \cos(\omega t)$:
$$\langle P \rangle = \frac{\mu_0 m_0^2 \omega^4}{12\pi c^3}$$
- Malus' lov:
$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$
- Lineære medier:
$$\begin{aligned}
\boldsymbol{P} &= \varepsilon_0 \chi_e \boldsymbol{E} \\
\boldsymbol{D} &= \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_0(1+\chi_e)\boldsymbol{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E} \\
\boldsymbol{M} &= \chi_m \boldsymbol{H} \\
\boldsymbol{B} &= \mu_0 \boldsymbol{H} + \boldsymbol{M} = \mu_0(1+\chi_m)\boldsymbol{H} = \mu_0\mu_r \boldsymbol{H} = \mu \boldsymbol{H}
\end{aligned}$$
- Maxwells ligninger etc:
$$\begin{aligned}
\oint \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} &= q_{\text{fri}} \\
\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} &= 0 \\
\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} &= -\frac{d}{dt} \int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} \\
\oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} &= I_{\text{fri}} + \frac{d}{dt} \int \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} \\
\nabla \cdot \boldsymbol{D} &= \rho_{\text{fri}} \\
\nabla \cdot \boldsymbol{B} &= 0 \\
\nabla \times \boldsymbol{E} &= -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \\
\nabla \times \boldsymbol{H} &= \boldsymbol{j}_{\text{fri}} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}
\end{aligned}$$
- Energitetthet, Poyntings vektor:
$$\begin{aligned}
u &= \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2\mu} B^2 \\
\boldsymbol{S} &= \frac{1}{\mu} \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}
\end{aligned}$$

- For elektromagnetiske bølger i medier ($q_{\text{fri}} = I_{\text{fri}} = 0$):

$$
\begin{aligned}
\nabla^2 \boldsymbol{E} &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} \\
\nabla^2 \boldsymbol{B} &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2} \\
v &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n}
\end{aligned}
$$

- Grenseflatebetingelser ($q_{\text{fri}} = I_{\text{fri}} = 0$ i grenseflaten):

$$
\begin{aligned}
\Delta D_\perp &= 0 \\
\Delta E_\parallel &= 0 \\
\Delta B_\perp &= 0 \\
\Delta H_\parallel &= 0
\end{aligned}
$$

- Refleksjon og brytning:

$$\theta_r = \theta_i$$

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$$

- Youngs eksperiment med to smale spalter:

$$I(\theta) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)$$

- Diffraksjonsgitter med N smale spalter:

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}$$

- Diffraksjon fra en spalte:

$$I(\theta) = I(0)\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)^2}$$

- Diffraksjon fra N spalter, spaltebredde a, spalteavstand d:

$$I(\theta) = \hat{I}\,\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)^2}\cdot\frac{\sin^2\left(\frac{N\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}$$

Oppgaver

---

1) Vi betrakter hvitt lys som er polarisert i x-retning, propagerer i z-retning, og treffer på et spredende medium (som f.eks. atmosfæren). Hvilken påstand om det spredte lyset er da direkte feil?

A: Størst intensitet i yz-planet.
B: Stor grad av polarisering i y- og z-retning.
C: En intensitet som avtar med bølgelengden opphøyd i fjerde potens.
D: Tilnærmet null intensitet i x-retning.

---

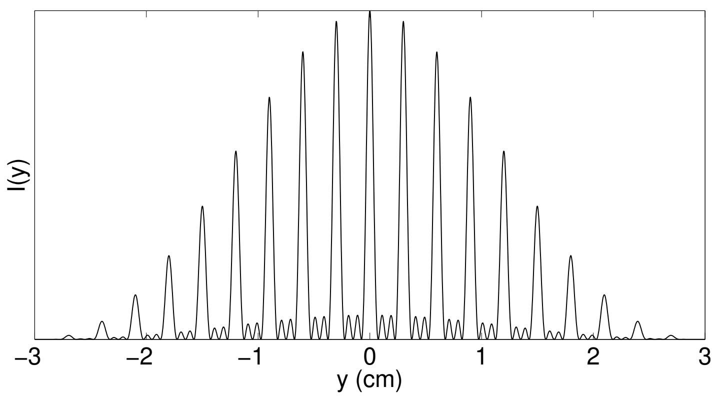
2) Koherent laserlys sammensatt av to bølgelengder, 450 nm (blått) og 675 nm (orange), sendes inn mot et diffraksjonsgitter med et stort antall meget smale spalter. Dette resulterer i et såkalt *linjespektrum*, der vi normalt bruker betegnelsen *linjer* i stedet for hovedmaksima. (Såkalte bimaksima kan vi se bort fra her.) Hvilken påstand er da korrekt vedrørende linjespektrene som observeres på en skjerm langt unna diffraksjonsgitteret?

A: Blått og orange lys vil ha samtlige linjer sammenfallende.
B: Blått og orange lys vil ikke ha noen sammenfallende linjer.
C: Hver tredje linje for blått lys vil falle sammen med hver andre linje for orange lys.
D: Hver andre linje for blått lys vil falle sammen med hver tredje linje for orange lys.

---

3) Koherent laserlys med bølgelengde 600 nm passerer gjennom N parallelle spalter og resulterer i en intensitetsfordeling $I(y)$ på en skjerm i avstand $L = 100$ cm fra spaltene, se figuren nedenfor. Vi har da sammenhengen $y = L \tan\theta$, der θ tilsvarer vinkelavviket i forhold til rett fram. Hva er antall spalter N?

A: $N = 3$
B: $N = 4$
C: $N = 5$
D: $N = 6$



---

4) En plan harmonisk elektromagnetisk bølge forplanter seg i et dielektrisk medium. Det elektriske feltet har amplitude 2.4 V/m og magnetfeltet har amplitude $1.6 \cdot 10^{-8}$ T. Hva er da mediets brytningsindeks?

A 1.5
B 2.0
C 2.5
D 3.0

---

5) I en plan monokromatisk bølge har det elektriske feltet amplitude 3 V/m. Denne bølgen faller normalt inn mot en vegg som absorberer bølgen fullstendig. Hvor stort strålingstrykk blir veggen utsatt for?

A 40 N/m^2
B 40 N/mm^2
C 40 N/μm^2
D 40 N/nm^2

---

6) Monokromatisk laserlys faller normalt inn mot en vegg med to svært smale parallelle spalter med innbyrdes avstand 0.10 mm. Avstanden mellom linjene med null intensitet som ligger på hver sin side av nullte ordens intensitetsmaksimum er 25 mm når interferensmønsteret observeres på en skjerm i avstand 5.0 m fra veggen med de to spaltene. Hva er laserlysets bølgelengde?

A 500 nm
B 550 nm
C 600 nm
D 650 nm

7) Hvilken påstand er feil?

A Grunnen til at vi ser adskilte farger i regnbuen er dispersjon.
B Total refleksjon er mulig på begge sider av en grenseflate mellom to dielektriske medier.
C Lysets hastighet er mindre i vann enn i luft.
D Lys som reflekteres med refleksjonsvinkel lik Brewsters vinkel er fullstendig polarisert normalt på innfallsplanet.

---

8) Hva er brytningsindeksen til et materiale når lys med frekvens 520 THz har bølgelengde 456 nm i materialet?

A 2.13
B 1.77
C 1.44
D 1.27

---

9) Hva er sammenhengen mellom ω, $\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$ i en monokromatisk elektromagnetisk bølge?

A $\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{E} = \omega \boldsymbol{B}$
B $\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{B} = \omega \boldsymbol{E}$
C $\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{E} = \omega |\boldsymbol{B}|$
D $\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{B} = \omega |\boldsymbol{E}|$

---

10) En monokromatisk lysstråle treffer ei dielektrisk kule med radius R i avstand $R/2$ fra linjen som går gjennom kulas sentrum. Kulas brytningsindeks er 1.7. Med hvor stor vinkel har strålen som går gjennom kula uten indre refleksjoner, dvs som brytes to ganger, endret sin retning? (Det omgivende mediet er luft, med brytningsindeks 1.)

A 26°
B 36°
C 46°
D 56°

Institutt for fysikk, NTNU

FY1002/TFY4160 Bølgefysikk

Flervalgsoppgaver. Fasit.

Emnekode: [ ] Kandidatnummer: [ ]

Oppgave	A	B	C	D	Oppgave	A	B	C	D
1		x			6	x			
2			x		7		x		
3		x			8				x
4		x			9	x			
5			x		10	x			