Institutt for fysikk, NTNU
FY1002/TFY4160 Bølgefysikk
Høst 2010

FY1002/TFY4160 Bølgefysikk

Midtsemesterprøve fredag 15. oktober 2010 kl 08.15 – 09.45

Merk av svarene dine i tabellen på side 11. Lever inn kun side 11. Husk å skrive på emnekode og kandidatnummer. (Skulle du mot formodning ikke ha med deg kandidatnummeret, må du skrive på studentnummeret.)

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (SR-270X, HP30S eller lignende.)
- Formelsamling i bølgefysikk er inkludert på de neste 3 sidene.

Opplysninger:

- Prøven består av 20 oppgaver. Hver oppgave har ett riktig og tre gale svaralternativ.
- Du *skal* krysse av for *ett* svaralternativ på *hver* oppgave. Avkryssing for *mer enn ett* alternativ eller *ingen* alternativ betraktes som *feil* svar og gir i begge tilfelle null poeng.
- Noen verdier: Tyngdens akselerasjon: $g = 9.8$ m/s^2, Boltzmanns konstant: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K, Avogadros tall: $N_A = 6 \cdot 10^{23}$, Protonmassen: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Nøytronmassen: $m_n = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg.
- Symboler angis i kursiv (f.eks m for masse) mens enheter angis uten kursiv (f.eks m for meter). Vektorer angis med fete symboler. Enhetsvektorer angis med hatt over.
- SI-prefikser: T (tera) = 10^{12}, G (giga) = 10^9, M (mega) = 10^6, k (kilo) = 10^3, c (centi) = 10^{-2}, m (milli) = 10^{-3}, μ (mikro) = 10^{-6}, n (nano) = 10^{-9}, p (piko) = 10^{-12}.
- For $x \ll 1$ er $\tanh x \simeq x$. For $x \gg 1$ er $\tanh x \simeq 1$.
- Notasjon: A/BC betyr $\frac{A}{BC}$ og *ikke* $\frac{A}{B} \cdot C$

Versjon 1

Formelsamling Bølgefysikk (Mekaniske bølger, 3 sider)

Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighet og symbolenes betydning antas å være kjent.

- Harmonisk plan bølge:
$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$
- Bølgeligning:
$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$
- Fasehastighet:
$$v = \frac{\omega}{k}$$
- Gruppehastighet:
$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$
- Generelt for ikkedispersive udempede bølger:
$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{massetetthet}}}$$
- Generelt for lineær respons i elastiske medier:
$$\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} \times \text{relativ tøyning}$$
- For transversale bølger på streng:
$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$
- For longitudinale bølger i fluider:
$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$
- For longitudinale bølger i faste stoffer (tynn stang):
$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$
- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:
$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\omega^2\xi_0^2$$
- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan bølge:
$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\overline{P} = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2} v \mu \omega^2 \xi_0^2$$

- Midlere intensitet i harmonisk plan bølge:

$$I = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2} v \rho \omega^2 \xi_0^2$$

- Midlere impulstetthet for harmonisk bølge:

$$\overline{\pi} = \frac{\overline{\varepsilon}}{v}$$

- Ideell gass:

$$pV = N k_B T$$

- Varmekapasitet ved konstant trykk (Q = varme):

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p$$

- Varmekapasitet ved konstant volum (Q = varme):

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$$

- Adiabatiske forhold (dvs ingen varmeutveksling):

$$pV^\gamma = \text{konstant}$$

- Adiabatkonstanten:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

  Gass med 1-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med 2-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

- Bulkmodul for ideell gass ved adiabatiske forhold:

$$B = \gamma p$$

- Lydhastighet i gass (m = (midlere) molekylmasse):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

med $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

- Dopplereffekt:

$$f_\text{O} = \frac{1 + v_\text{m}/v - v_\text{O}/v}{1 + v_\text{m}/v - v_\text{S}/v} f_\text{S}$$

- For sjokkbølger:

$$\sin \alpha = \frac{v}{v_\text{S}}$$

- Transversal bølge på streng med massetetthet μ_1 for $x < 0$ og μ_2 for $x > 0$, innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

$$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

$$y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Plan lydbølge normalt inn mot grenseflate i $x = 0$ mellom to medier med elastiske moduler og massetettheter henholdsvis E_1, ρ_1 (for $x < 0$) og E_2, ρ_2 (for $x > 0$), innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

$$\xi_{r0} = \frac{\sqrt{\rho_2 E_2} - \sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}} \xi_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

$$\xi_{t0} = \frac{2\sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}} \xi_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

Oppgaver

---

1) Vi betrakter en transversal harmonisk bølge på en streng, med amplitude 1 mm, bølgelengde 40 cm og frekvens (f) 100 Hz. Hva er fasehastigheten til en slik bølge?

A 40 m/s
B 40 cm/s
C 1 mm/s
D 63 cm/s

---

2) For den svingende strengen i oppgave 1, hva blir maksimal (transversal) hastighet for et strengelement?

A 40 m/s
B 40 cm/s
C 1 mm/s
D 63 cm/s

---

3) På en streng med lengde 2 m og masse 25 g forplanter transversale bølger seg med hastighet 100 m/s. Hva stor er strekk-kraften i strengen?

A 50 N
B 75 N
C 100 N
D 125 N

---

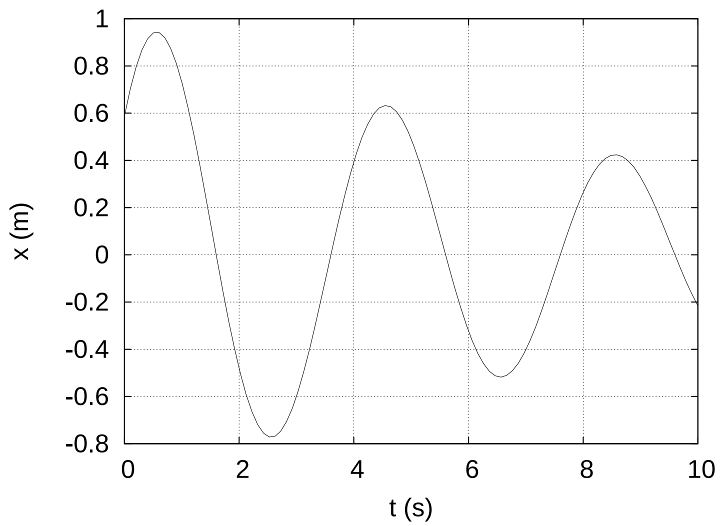
4) Strengen i oppgave 3 er festet i begge ender. Hvilken frekvens har grunntonen?

A 10 Hz
B 25 Hz
C 75 Hz
D 125 Hz

---

5) En kloss med masse m ligger på et bord og er festet til ei ideell fjær med fjærkonstant k. Friksjonskoeffisientene mellom kloss og bord er μ_s (statisk) og μ_k (kinetisk). Klossen trekkes en avstand A ut fra likevekt (slik at fjæra strekkes) og slippes med null starthastighet. Hvilke(t) krav må vi stille til A for at klossen skal begynne å svinge fram og tilbake?

A Vi må ha $A > \mu_s mg/k$.
B Vi må ha $A < \mu_s mg/k$.
C Vi må ha $A > gk/\mu_s m$.
D Ingen.



6) Figuren ovenfor viser en dempet svingning der utsvinget er gitt som

$$x(t) = Ae^{-t/\tau}\cos(\omega t + \phi).$$

Hva er initialverdiene $x(0)$ og $\dot{x}(0)$ for dette svingeforløpet?

A $x(0) \simeq 60$ cm, $\dot{x}(0) \simeq -120$ cm/s
B $x(0) \simeq -60$ cm, $\dot{x}(0) \simeq 120$ cm/s
C $x(0) \simeq 60$ cm, $\dot{x}(0) \simeq 120$ cm/s
D $x(0) \simeq -60$ cm, $\dot{x}(0) \simeq -120$ cm/s

---

7) Anslå den karakteristiske dempingstiden τ i uttrykket for $x(t)$ i oppgave 6 (med utgangspunkt i figuren ovenfor).

A $\tau \simeq 4$ s
B $\tau \simeq 7$ s
C $\tau \simeq 10$ s
D $\tau \simeq 13$ s

---

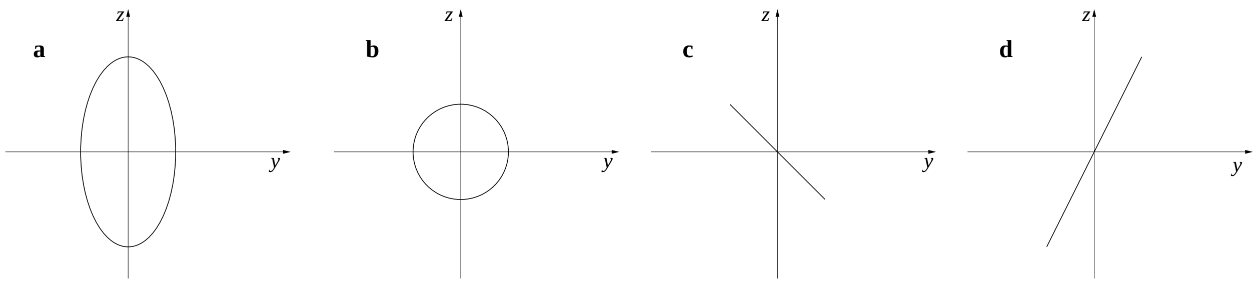
8) Vi betrakter fri svingninger i en enkel udempet endimensjonal harmonisk oscillator, mer presist en masse m festet til ei ideell fjær med fjærkonstant k. Hvilken av påstandene nedenfor er da *feil*?

A Den totale mekaniske energien endrer seg ikke med tida.
B Den kinetiske energien oscillerer med periode $2\pi\sqrt{m/k}$.
C En dobling av massen reduserer svingefrekvensen med i underkant av tredve prosent.
D Massens utsving fra likevekt og dens akselerasjon er i motfase.

---

9) En masse m er festet til ei ideell fjær med fjærkonstant k. En dempemekanisme gir en dempingskraft $-b\dot{x}$, dvs proporsjonal med massens hastighet $\dot{x}$. Massen påvirkes av en ytre harmonisk kraft $F(t) = F_0 \cos \omega t$ slik at utsvinget fra likevekt blir $x(t) = A(\omega)\sin(\omega t + \phi)$, med frekvensavhengig amplitude $A(\omega)$ og fasekonstant $\phi(\omega) = \arctan[(\omega_0^2 - \omega^2)m/\omega b]$. (Her er $\omega_0^2 = k/m$.) Hvilken av påstandene nedenfor om resonans er da *feil*?

A Når frekvensen til F tilsvarer systemets resonansfrekvens, er F og $\dot{x}$ i fase.
B Midlere tilført effekt er proporsjonal med F_0^2.
C Med svak demping er F og x i fase dersom ω er betydelig mindre enn ω_0.
D Med svak demping er resonanskurvens halvverdibredde proporsjonal med b^{-1}.



10) Figuren over viser fire kurver som spissen av $\boldsymbol{D}(x,t)$ vil tegne ved $x = 0$ for følgende fire harmoniske bølger:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{D}(x,t) &= D_0 \sin(kx - \omega t)\hat{y} + D_0 \sin(kx - \omega t + \pi)\hat{z} && (1)\\
\boldsymbol{D}(x,t) &= D_0 \sin(kx - \omega t)\hat{y} + 2D_0 \cos(kx - \omega t)\hat{z} && (2)\\
\boldsymbol{D}(x,t) &= D_0 \sin(kx - \omega t)\hat{y} + D_0 \cos(kx - \omega t)\hat{z} && (3)\\
\boldsymbol{D}(x,t) &= D_0 \sin(kx - \omega t)\hat{y} + 2D_0 \sin(kx - \omega t)\hat{z} && (4)
\end{aligned}$$

Hvilke figurer hører sammen med hvilke $\boldsymbol{D}(0,t)$?

A (a og 3), (b og 4), (c og 1), (d og 2)
B (a og 4), (b og 1), (c og 3), (d og 2)
C (a og 2), (b og 3), (c og 1), (d og 4)
D (a og 1), (b og 2), (c og 3), (d og 4)

---

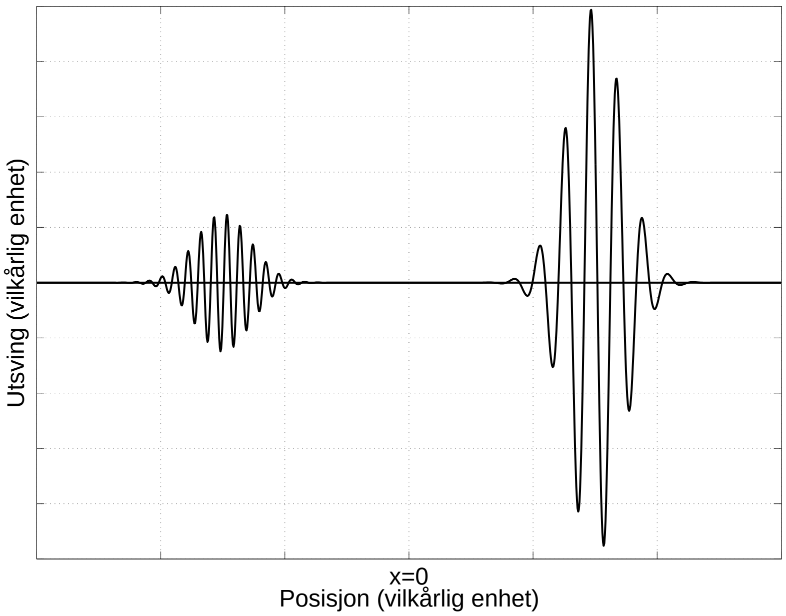
11) Ved adiabatiske forhold har vi pV^γ = konstant. Her er p trykket, V er volumet, mens γ er adiabatkonstanten. Hva blir sammenhengen mellom trykk og temperatur ved adiabatiske forhold? (Anta ideell gass.)

A $p^{\gamma-1}T^{-\gamma}$ = konstant
B pT = konstant
C $p^\gamma T$ = konstant
D $pT^{\gamma-1}$ = konstant

---

12) Kravet om energibevarelse medfører at amplituden til trykkvariasjonsbølgen for en kulebølge avtar med avstanden r fra symmetrisenteret som $(\Delta p)_0(r) \sim r^{-n}$ med

A $n = 1/2$
B $n = -1/2$
C $n = 1$
D $n = -1$



13) En bølgepakke på en streng kom inn fra venstre og ble delvis reflektert og delvis transmittert i en skjøt litt til venstre for $x = 0$. Figuren over viser den reflekterte og den transmitterte bølgepakken. Omtrent hvor stor andel av den innkommende bølgepakkens energi ble reflektert?

A Ca 6 %
B Ca 11 %
C Ca 16 %
D Ca 21 %

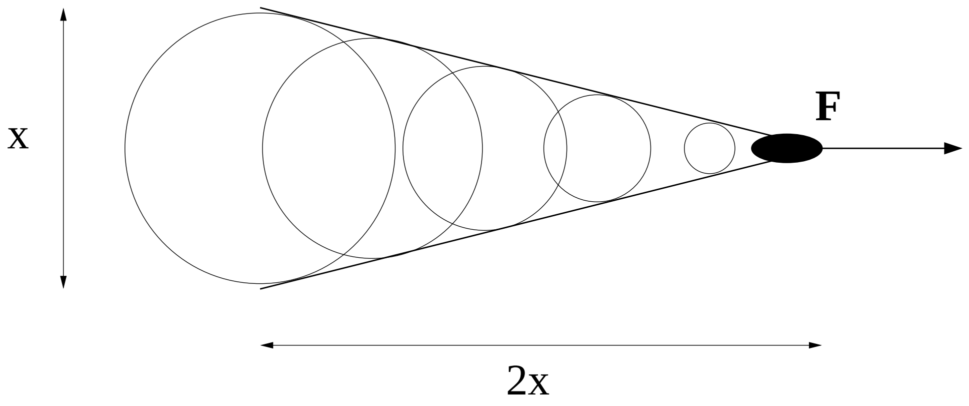
---

14) Et tynt, luftfylt rør er lukket i den ene og åpent i den andre enden. Røret er 3 m langt. Anslå frekvensen til grunntonen i røret en kald vinterdag på Røros. Du kan anta at luft består av 4/5 nitrogen (N_2) og 1/5 oksygen (O_2), med molekylmasser henholdsvis 28 og 32 ganger protonmassen.

A 26 Hz
B 39 Hz
C 64 Hz
D 113 Hz

15) En ambulansesirene genererer en harmonisk lydbølge med frekvens 850 Hz. En sterk vind blåser i retning fra ambulansen og mot deg, med vindhastighet 25 m/s. Både du og ambulansen står stille. Hvilken frekvens hører du? (Lydhastigheten er 340 m/s.)

A 783 Hz
B 850 Hz
C 917 Hz
D 985 Hz



16) I figuren over angir sirklene (kule-)bølgefronter generert ved at flyet (F) komprimerer lufta i forkant. Bruk figuren til å bestemme flyets hastighet, målt i enheter av lydhastigheten.

A 1.3
B 2.0
C 2.9
D 4.1

17) En bølgepakke ute på havet har (hovedsaklig) bølgelengde 20 m. Bølgepakken beveger seg rett mot kysten som ligger 5 km unna. Hvor lang tid tar det før bølgepakken når land? Du kan anta at vi hele tiden er på dypt vann. Dispersjonsrelasjonen for dypvannsbølger er $\omega(k) = \sqrt{gk + \gamma k^3/\rho}$, med $g = 9.8$ m/s^2, $\gamma = 0.073$ J/m^2 og $\rho = 1000$ kg/m^3.

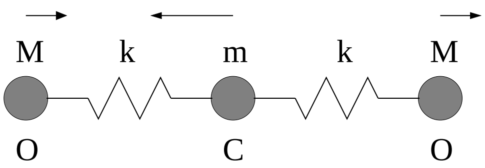
A ca et kvarter
B ca en halvtime
C ca to timer
D ca fire timer

18) Strengt tatt er transversale bølger på en streng *ikke helt* dispersjonsfrie. Anta at vi har en uniform metallstreng med sirkulært tverrsnitt A, massetetthet ρ og elastisk modul (Youngs modul) Y. Dispersjonsrelasjonen er da gitt som

$$\omega = \sqrt{\frac{S}{\mu}k^2 + \frac{YA^2}{4\pi\mu}k^4}$$

der S er strekket i strengen og $\mu = \rho A$ er strengens masse pr lengdeenhet. For korte bølgelengder blir dermed fasehastigheten v og gruppehastigheten v_g ikke nøyaktig like store. Hvilken av dem er størst?

A Det kommer an på hva bølgelengden er.
B Det kan ikke avgjøres ut fra den oppgitte dispersjonsrelasjonen.
C Fasehastigheten.
D Gruppehastigheten.

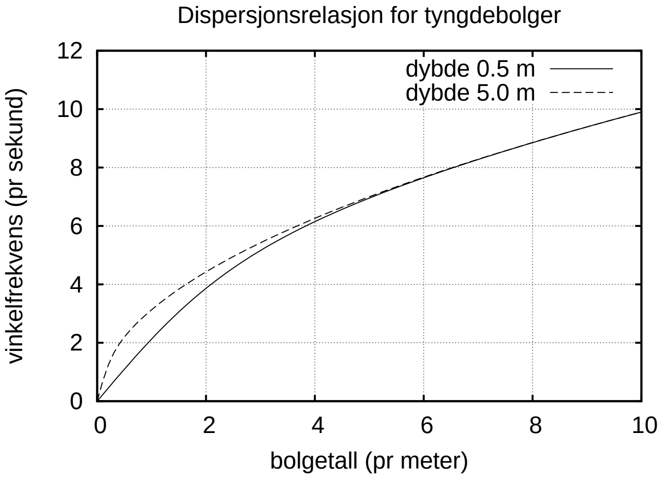


19) Karbondioksyd, CO_2, er et lineært molekyl, som vist i figuren over. Vi antar at kreftene mellom karbon og oksygen kan beskrives ved hjelp av ideelle fjærer med fjærkonstant k. Atomene kan svinge harmonisk omkring sine likevektsposisjoner i fire såkalte "normale moder". En av disse normale modene er antydet i figuren. Her svinger oksygenatomene (masse M) i samme retning (med lik amplitude), mens karbonatomet (masse m) svinger motsatt vei. Molekylets massemiddelpunkt ligger hele tiden i ro. Hva er vinkelfrekvensen ω til denne vibrasjonsbevegelsen?

A $\sqrt{k(m-2M)/mM}$ B $\sqrt{k(m+2M)/mM}$ C $\sqrt{k/(2M+m)}$ D $\sqrt{k/(2M-m)}$

20) Figuren til høyre viser dispersjonsrelasjonen $\omega(k) = \sqrt{gk\tanh(kD)}$ for tyngdebølger på to ulike dyp, $D = 0.5$ m (heltrukken linje) og $D = 5.0$ m (stiplet linje). Hvilken av påstandene om fasehastighet v og gruppehastighet v_g til venstre er *riktig*?

A For bølgetall større enn ca 5 m^{-1} er v og v_g omtrent like store.
B v og v_g varierer i sterkere grad med dybden for korte enn for lange bølgelengder.
C Når bølgelengden er *mye* større enn dybden, blir v og v_g omtrent like store.
D Når bølgelengden er *mye* større enn dybden, blir v og v_g uavhengige av dybden.



Institutt for fysikk, NTNU

FY1002/TFY4160 Bølgefysikk

Midtsemesterprøve fredag 15. oktober 2010 kl 08.15 – 09.45

Emnekode:	☐	Kandidatnummer:	☐

Oppgave	A	B	C	D	Oppgave	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐

NB: Kontroller at du har satt ETT kryss for hver av de 20 oppgavene, og at du har skrevet på riktig emnekode og kandidatnummer.

Versjon 1