Institutt for fysikk, NTNU
FY1002/TFY4160 Bølgefysikk
Høst 2010

Midtsemesterprøve Bølgefysikk
Fredag 19. november 2010 kl 1215 – 1345.

Merk av svarene dine på side 15. Lever inn kun arket med svartabellen Husk å skrive på emnekode og kandidatnummer (evt studentnummer).

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)
- Formelsamling i bølgefysikk er inkludert på de neste 7 sidene.

Opplysninger:

- Prøven består av 20 oppgaver. Hver oppgave har ett riktig og tre gale svaralternativ.
- Du *skal* krysse av for *ett* svaralternativ på *hver* oppgave. Avkryssing for *mer enn ett* alternativ eller *ingen* alternativ betraktes som *feil* svar og gir i begge tilfelle null poeng.
- Noen verdier: Tyngdens akselerasjon: $g = 9.8$ m/s^2, Boltzmanns konstant: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K, Avogadros tall: $N_A = 6 \cdot 10^{23}$, Protonmassen: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Nøytronmassen: $m_n = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Vakuumpermittiviteten: $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m. Vakuumpermeabiliteten: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.
- Symboler angis i kursiv (f.eks m for masse) mens enheter angis uten kursiv (f.eks m for meter). Vektorer angis med fete symboler. Enhetsvektorer angis med hatt over.
- SI-prefikser: T (tera) = 10^{12}, G (giga) = 10^9, M (mega) = 10^6, k (kilo) = 10^3, c (centi) = 10^{-2}, m (milli) = 10^{-3}, μ (mikro) = 10^{-6}, n (nano) = 10^{-9}, p (piko) = 10^{-12}.

Formelsamling Bølgefysikk

Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighet og symbolenes betydning antas å være kjent.

- Harmonisk plan bølge:
$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$
- Bølgeligning:
$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$
- Fasehastighet:
$$v = \frac{\omega}{k}$$
- Gruppehastighet:
$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$
- Generelt for ikkedispersive udempede bølger:
$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{massetetthet}}}$$
- Generelt for lineær respons i elastiske medier:
$$\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} \times \text{relativ tøyning}$$
- For transversale bølger på streng:
$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$
- For longitudinale bølger i fluider:
$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$
- For longitudinale bølger i faste stoffer:
$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan bølge:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\overline{P} = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere intensitet i harmonisk plan bølge:

$$I = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere impulstetthet for harmonisk bølge:

$$\overline{\pi} = \frac{\overline{\varepsilon}}{v}$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_BT$$

- Varmekapasitet ved konstant trykk (Q = varme):

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p$$

- Varmekapasitet ved konstant volum (Q = varme):

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$$

- Adiabatiske forhold (dvs ingen varmeutveksling):

$$pV^\gamma = \text{konstant}$$

- Adiabatkonstanten:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

Gass med 1-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med 2-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

- Bulkmodul for ideell gass ved adiabatiske forhold:

$$B = \gamma p$$

- Lydhastighet i gass (m = molekylmassen):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B\frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

med $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

- Dopplereffekt:

$$\nu_\text{O} = \frac{1 - v_\text{O}/v}{1 - v_\text{S}/v}\,\nu_\text{S}$$

- For sjokkbølger:

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_\text{S}}$$

- Transversal bølge på streng med massetetthet μ_1 for $x < 0$ og μ_2 for $x > 0$, innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

  $$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

  $$y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

  $$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

  $$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Plan lydbølge normalt inn mot grenseflate i $x = 0$ mellom to medier med elastiske moduler og massetettheter henholdsvis E_1, ρ_1 (for $x < 0$) og E_2, ρ_2 (for $x > 0$), innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

  $$\xi_{r0} = \frac{\sqrt{\rho_2 E_2} - \sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

  $$\xi_{t0} = \frac{2\sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

  $$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

  $$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Maxwells ligninger på integralform:

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = q/\varepsilon_0$$

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} = 0$$

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt}\int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}\int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A}$$

- Maxwells ligninger på differensialform:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \rho/\varepsilon_0$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

- Lorentzkraften:

$$\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right)$$

- Bølgeligning for $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$ i vakuum:

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2}$$

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

- Intensitet i elektromagnetisk bølge:

$$I = c\varepsilon_0\overline{E^2} = c\varepsilon_0\langle E^2\rangle$$

- Poyntings vektor:

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$$

- Impulstetthet i elektromagnetisk bølge:

$$\boldsymbol{\pi} = \mu_0\varepsilon_0\boldsymbol{S}$$

- Elektrisk dipolmoment:

$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$$

- Magnetisk dipolmoment:

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A}$$

- Midlere utstrålt effekt fra oscillerende elektrisk dipol $p_0 \cos(\omega t)$:

$$\langle P \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$$

- Midlere utstrålt effekt fra oscillerende magnetisk dipol $m_0 \cos(\omega t)$:

$$\langle P \rangle = \frac{\mu_0 m_0^2 \omega^4}{12\pi c^3}$$

- Malus' lov:

$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$

- Lineære medier:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{P} &= \varepsilon_0 \chi_e \boldsymbol{E} \\
\boldsymbol{D} &= \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_0 (1+\chi_e)\boldsymbol{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E} \\
\boldsymbol{M} &= \chi_m \boldsymbol{H} \\
\boldsymbol{B} &= \mu_0 \boldsymbol{H} + \boldsymbol{M} = \mu_0 (1+\chi_m)\boldsymbol{H} = \mu_0 \mu_r \boldsymbol{H} = \mu \boldsymbol{H}
\end{aligned}$$

- Maxwells ligninger etc:

$$\begin{aligned}
\oint \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} &= q_{\text{fri}} \\
\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} &= 0 \\
\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} &= -\frac{d}{dt} \int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} \\
\oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} &= I_{\text{fri}} + \frac{d}{dt} \int \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} \\
\nabla \cdot \boldsymbol{D} &= \rho_{\text{fri}} \\
\nabla \cdot \boldsymbol{B} &= 0 \\
\nabla \times \boldsymbol{E} &= -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \\
\nabla \times \boldsymbol{H} &= \boldsymbol{j}_{\text{fri}} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}
\end{aligned}$$

- Energitetthet, Poyntings vektor:

$$\begin{aligned}
u &= \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2\mu} B^2 \\
\boldsymbol{S} &= \frac{1}{\mu} \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}
\end{aligned}$$

- For elektromagnetiske bølger i medier ($q_{\text{fri}} = I_{\text{fri}} = 0$):

$$\begin{aligned}
\nabla^2 \boldsymbol{E} &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} \\
\nabla^2 \boldsymbol{B} &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2} \\
v &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n}
\end{aligned}$$

- Grenseflatebetingelser ($q_{\text{fri}} = I_{\text{fri}} = 0$ i grenseflaten):

$$\begin{aligned}
\Delta D_\perp &= 0 \\
\Delta E_\parallel &= 0 \\
\Delta B_\perp &= 0 \\
\Delta H_\parallel &= 0
\end{aligned}$$

- Refleksjon og brytning:

$$\theta_r = \theta_i$$

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$$

- Youngs eksperiment med to smale spalter:

$$I(\theta) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)$$

- Diffraksjonsgitter med N smale spalter:

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}$$

- Diffraksjon fra en spalte:

$$I(\theta) = I(0)\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)^2}$$

- Diffraksjon fra N spalter, spaltebredde a, spalteavstand d:

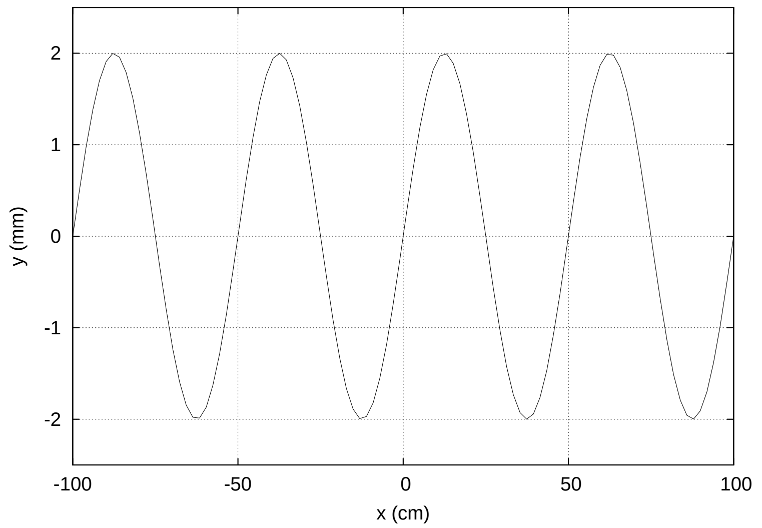
$$I(\theta) = \hat{I}\,\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)^2}\cdot\frac{\sin^2\left(\frac{N\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}$$

Oppgaver

---

1) En masse er festet til ei fjær og utfører udempede harmoniske svingninger. Massens maksimale hastighet er 5 cm/s og dens maksimale akselerasjon er 50 cm/s^2. Hva er da massens maksimale utsving fra likevekt?

A 0.5 cm
B 5.0 cm
C 10.0 cm
D 25 cm



Figuren viser et øyeblikksbilde av (en del av) en harmonisk transversal bølge som forplanter seg på en streng. Dvs, $y(x)$ angir utsvinget fra likevekt. Strengen er strukket med en kraft 160 N og har en masse pr lengdeenhet 100 g/m.

---

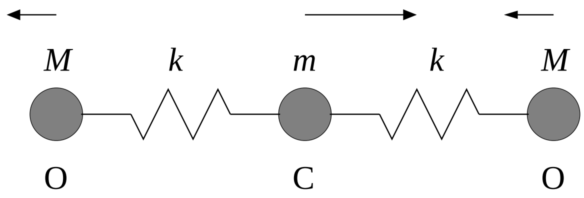
2) Hva er hastigheten til bølgen i figuren over?

A 40 cm/s
B 4 m/s
C 40 m/s
D 400 m/s

---

3) Hvilken frekvens har bølgen i figuren over?

A 16 Hz
B 80 Hz
C 140 Hz
D 1080 Hz



4) Karbondioksyd, CO_2, er et lineært molekyl, som vist i figuren over. Vi antar at kreftene mellom karbon og oksygen kan beskrives ved hjelp av ideelle fjærer med fjærkonstant k. Atomene kan svinge harmonisk omkring sine likevektsposisjoner i fire såkalte "normale moder". En av disse normale modene er antydet i figuren. Her svinger oksygenatomene (masse $m_O = M = 4m/3$) i samme retning (med lik amplitude), mens karbonatomet (masse $m_C = m$) svinger i motsatt retning av oksygenatomene. Hva er vinkelfrekvensen ω til denne vibrasjonsbevegelsen? (Tips: Molekylets massesenter ligger i ro under vibrasjonsbevegelsen. Bruk dette til å finne fjærenes strekk og sammenpressing når karbonatomets utsving fra likevekt er x_C. Newtons 2. lov gir deretter vinkelfrekvensen ω.)

A $\sqrt{9k/17m}$ B $\sqrt{k/m}$ C $\sqrt{3k/2m}$ D $\sqrt{11k/4m}$

---

5) Aluminium har massetetthet 2700 kg/m^3 og elastisitetsmodul (Youngs modul) 70 GPa. Hva er da lydhastigheten i ei tynn aluminiumstang? (1 Pa = 1 N/m^2)

A 1.1 km/s B 3.2 km/s C 5.1 km/s D 7.7 km/s

---

6) En streng på en kontrabass har lengde 75 cm og er festet i begge ender. Strekket i strengen er 173 N, og massen er 6.0 g. Hva er strengens tredje laveste resonansfrekvens (dvs 2. overtone)?

A 294 Hz B 555 Hz C 738 Hz D 915 Hz

---

7) Et tynt rør, som er åpent i en ende og lukket i den andre enden, skal brukes til å lage stående lydbølger med frekvens 550 Hz. Dette skal være rørets grunntone. Hvor langt må da røret være? Lydhastigheten er 340 m/s.

A 15.5 cm B 50.8 cm C 99.2 cm D 123.4 cm

---

8) Hva innebærer det at et system er dispersivt?

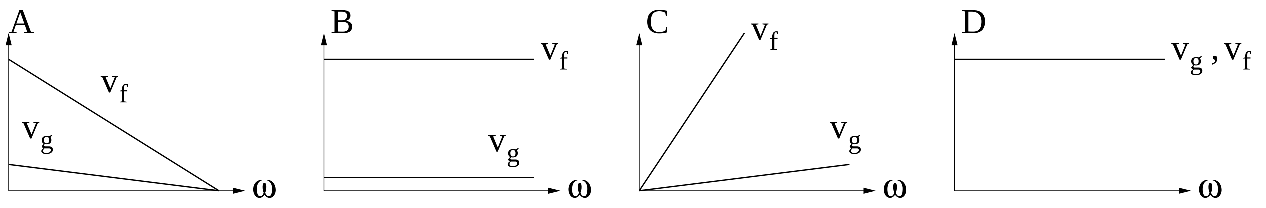
A At bølger i systemet er dempet.
B At bølger i systemet er longitudinale.
C At bølgehastigheten varierer med amplituden.
D At bølgehastigheten varierer med bølgelengden.

---

9) Din venn skrur opp lyden på forsterkeren slik at utsendt effekt økes med en faktor ti. Hva blir den tilsvarende økningen i lydnivået?

A 1 dB B 10 dB C 20 dB D 30 dB

10) Vi betrakter en transversal harmonisk bølge på en streng, med liten amplitude (i forhold til bølgelengden). Hvilken av figurene nedenfor viser hvordan fasehastigheten v_f og gruppehastigheten v_g avhenger av bølgens vinkelfrekvens ω?

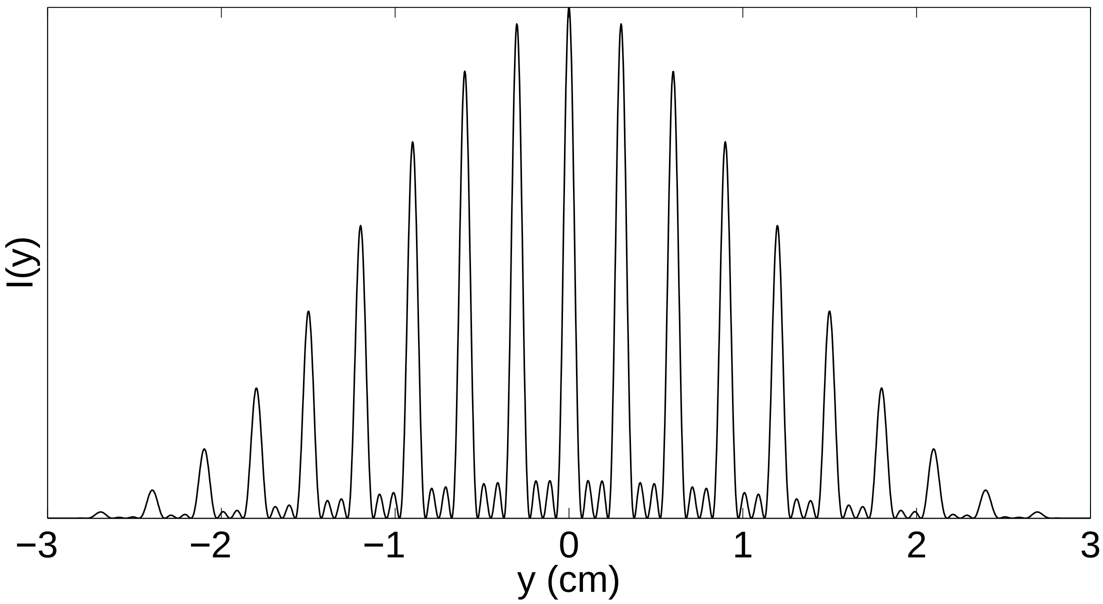


11) En fin høstkveld ser du månen speile seg ute på en innsjø. Du anslår månelysets innfallsvinkel til et sted mellom 50 og 55 grader. Hva kan du da si om lyset som reflekteres på vannoverflaten?

A Det er i stor grad sirkulærpolarisert.
B Det er i stor grad polarisert normalt på innfallsplanet.
C Det er i stor grad elliptisk polarisert.
D Det er fullstendig upolarisert.

12) Koherent laserlys med bølgelengde 600 nm passerer gjennom 4 parallelle spalter og resulterer i en intensitetsfordeling $I(y)$ på en skjerm i avstand $L = 100$ cm fra spaltene, se figuren nedenfor. Vi har da sammenhengen $y = L \tan\theta$, der θ tilsvarer vinkelavviket i forhold til rett fram. Hvilken kombinasjon av spaltebredde a og (senter–til–senter) spalteavstand d er benyttet i eksperimentet?

A $\quad a = 0.02$ mm, $d = 0.06$ mm
B $\quad a = 0.02$ mm, $d = 0.20$ mm
C $\quad a = 0.10$ mm, $d = 0.30$ mm
D $\quad a = 0.10$ mm, $d = 0.50$ mm



13) I en plan harmonisk elektromagnetisk bølge som forplanter seg i vakuum har det elektriske feltet en amplitude 3 V/m. Hva er da amplituden til bølgens magnetfelt?

A $9 \cdot 10^8$ T
B 10^{-8} T
C 3 T
D 1.73 T

---

14) Himmelen er blå fordi

A sola sender ut bare blått lys.
B molekylene i atmosfæren sprer lys med høy frekvens mest.
C atmosfæren inneholder mye karbondioksyd.
D atmosfæren reflekterer lyset fra blå alger i havet.

---

15) Fra Maxwells ligninger kan man utlede at

A tangentialkomponenten av $\boldsymbol{E}$ og normalkomponenten av $\boldsymbol{B}$
B tangentialkomponenten av $\boldsymbol{B}$ og normalkomponenten av $\boldsymbol{E}$
C tangentialkomponenten av $\boldsymbol{E}$ og tangentialkomponenten av $\boldsymbol{B}$
D normalkomponenten av $\boldsymbol{E}$ og normalkomponenten av $\boldsymbol{B}$

er kontinuerlige i grenseflaten mellom to dielektriske medier.

---

16) Hva betyr det at to lyskilder er koherente?

A At de sender ut lysbølger med en fast innbyrdes fasesammenheng.
B At de sender ut lysbølger med samme intensitet.
C At de sender ut synlig lys.
D At de sender ut lysbølger med samme polarisasjonsretning.

---

17) Laserlys med bølgelengde 632.8 nm faller normalt inn mot en vegg med to svært smale parallelle spalter med innbyrdes avstand 0.10 mm. Hva blir avstanden mellom linjene med null intensitet som ligger på hver sin side av nullte ordens intensitetsmaksimum når interferensmønsteret observeres på en skjerm i avstand 5.0 m fra veggen med de to spaltene?

A 64 cm
B 32 cm
C 64 mm
D 32 mm

---

18) Hva er bølgelengden til lys med frekvens 520 THz i glass med brytningsindeks 1.60?

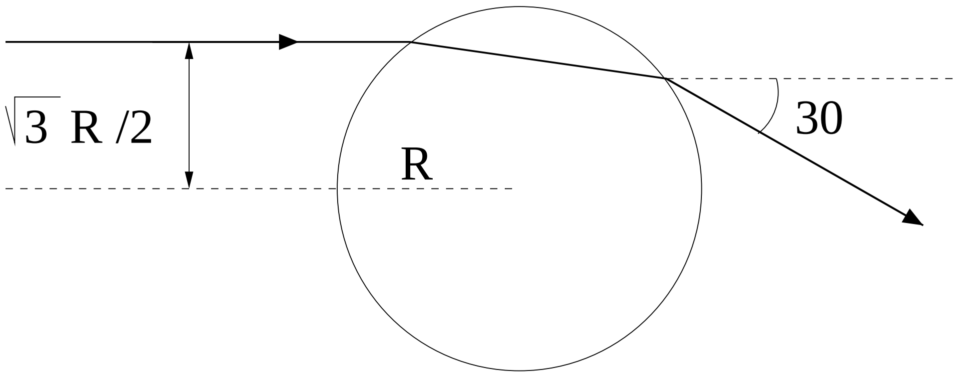
A 577 nm
B 456 nm
C 361 nm
D 225 nm

19) En punktformet lyskilde er plassert midt på bunnen av et basseng med dybde d. Bassenget har kvadratisk form med sidekanter L. Vannet i bassenget har brytningsindeks 1.33. Hva blir kriteriet for at hele bassengets overflate skal slippe ut lys fra punktkilden på bunnen?

A $d/L \geq 1.12$
B $d/L \geq 0.62$
C $d/L \leq 0.62$
D $d/L \leq 1.12$

20) En monokromatisk lysstråle treffer ei dielektrisk kule med radius R i avstand $\sqrt{3}R/2$ fra linjen som går gjennom kulas sentrum. Den delen av lysstrålen som passerer gjennom kula uten noen indre refleksjoner har endret sin retning med 30°. Hva er kulas brytningsindeks? (Det omgivende mediet er luft, med brytningsindeks 1.)

A $\sqrt{3/2}$
B $\sqrt{4/3}$
C $\sqrt{5/4}$
D $\sqrt{6/5}$



Institutt for fysikk, NTNU

FY1002/TFY4160 Bølgefysikk

Midtsemesterprøve fredag 19. november 2010 kl 1215 – 1345.

Emnekode: ☐ Kandidatnummer: ☐

Oppgave	A	B	C	D	Oppgave	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐

NB: Kontroller at du har satt ETT kryss for hver av de 20 oppgavene.