NTNU

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen: Prof. Morten Kildemo

Telefon: 73593211/93287744

**KONTINUASJONSEKSAMEN**

**FY1002 og TFY4160 BØLGEFYSIKK**

**Onsdag 9. august 2012 kl. 0900 – 1300**

**Hjelpemidler: C**

Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i samsvar med NTNUs regler. Trykte hjelpemidler: “Matematisk Formelsamling” (Rottmann), ”Størrelser og Enheter i Fysikk og Teknikk,” (O. Øgrim og B. E. Lian) eller ”Fysiske Størrelser og Enheter,” (C. Angell og B. E. Lian).

**Evaluering/karaktersetting**

Totalt antall poeng for skriftlig eksamen er 100. Disse vil være grunnlaget (med ev. små justeringer i vekt per oppgave) for evalueringen

**Oppgave 1 [35p]**

De følgende funksjonene er løsninger av bølgeligningen.

 (1)

  (2)

a) [5p] Hva beskriver disse løsningene? Vis at en løsning av formen (2) kan utrykkes ved hjelp av to løsninger av formen til løsningene (1).

Nyttig trigonometrisk relasjon: 

En metallstreng med lengde L = 200 cm er festet i begge ender (dvs knutepunkter der). Grunntonen (dvs laveste resonansfrekvens) og overtonene genereres av stående transversale bølger på strengen. Den skal stemmes slik at grunntonen er en E med frekvens f1 = 41 Hz, tilsvarende en kontrabass. Strengen har sirkulært tverrsnitt med radius R = 1.00 mm og er laget av stål, med massetetthet  = 7800 kg/m3.

b) [14p]

* Vis at svingefrekvensene til overtonene til metallstrengen er gitt som et heltall ganger grunntonen (dvs fN=Nf1, der N er et heltall).
* Finn et uttrykk for den fundamentale frekvensen som funksjon av strekk-kraften S, massetetthet og strenglengde L.
* Bestem bølgelengden  og bølgehastigheten v til 1. overtone (dvs nest laveste resonansfrekvens). Med hvor stor strekk-kraft S må strengen strammes?
* Skisser strengens bevegelse for N=1 og 2.

c) [5p] Du og din venn Arild befinner dere på hver deres vogn som triller bort fra hverandre, med hastighet (relativt til bakken) henholdsvis 6 m/s (du) og 14 m/s (Arild). Arild sitter og klimprer på E-strengen på kontrabassen sin. Hvilken frekvens vil grunntonen ha i dine ører? (Lyden fra kontrabassen forplanter seg i luft med hastighet 340 m/s.)

d) [10p] En tynn membran (f.eks. papir) er plassert i xy-planet. Et laseroptisk instrument kan måle transversalt utsving på membranen, for −d < x < d når y = 0 og for −d < y < d når x = 0, se figur 1.1.



Figur 1.1.

Membranen har stor utstrekning, både i x- og y-retning, i forhold til d. En plan harmonisk transversal bølge (z = utsvinget, ),

,

forplanter seg i membranen, med retning fra område A mot område B (dvs mot høyre og oppover i figuren). Ved tidspunktet t = 0 viser instrumentet følgende utsving:



* Anta at d = 50 cm. Bestem bølgens bølgelengde .
* Bestem bølgens forplantningsretning. Angi denne ved vinkelen  mellom forplantningsretningen og x-aksen.
* Med et annet instrument er bølgens frekvens målt til f=60 Hz. Hva blir bølgens hastighet ? (Bestem både v, vx og vy.)

**Oppgave 2 [18p] Interferens**

Anta at en båt er i tett tåke. Vi skal undersøke om vi kan bruke signalstyrken (tidsmidlet intensitet) fra to GSM-antenner til å bestemme posisjonen til båten med hensyn til z-aksen som er aksen som de to antennene ligger langs, se figur 2.1. Vi antar at de to antennene sender ut EM bølger med frekvens 2.1 GHz (mikrobølger i 3G bandet), har en avstand *a* fra hverandre, og sender med et konstant faseskift 1 og 2 i en harmonisk bølge () med like amplituder. Antennene er plassert som vist på figur 2.1, og vi ser på signalstyrken på mikrobølgemottakeren (intensiteten) på en båt. Avstanden fra antennene til båten er *r*1,*r*2 >> *a*, slik at vi kan anta omtrent parallelle stråler. Videre kan du anta små vinkler mellom *r*1, *r*2 og *z*-aksen, se Figur 2.1.



**Figur 2.1.** To antenner sender ut kulebølger med forskjellige fasekonstanter 1 og 2. Avstanden til båten er mye større enn *a*, og vi antar at båten er nær *z*-aksen (dvs. små vinkler). Aksen loddrett på *z* benevnes y.

a) [10p] Utled et tilnærmet uttrykk for signalstyrken (tidsmidlet intensitet) <I(y,*z*)> registrert av mottaker på båten, som funksjon av *a*, , *z*, y, 1 og 2 .

(Hint: For trigonometrisk løsning oppgis det at . For kompleks løsningsmetode, dvs. *E*-feltet skrevet som , er det oppgitt at .) (Merknad: Vi vil gjøre grove tilnærminger som kun er gyldig nær *z*-aksen. Dette medfører at vi for eksempel kan sette ).

b) [7p] Vis at to nærliggende maksima langs y-aksen for små vinkler , kan uttrykkes som:

 (3)

Lag en tilhørende skisse av intensiteten (signalstyrken) som måles på båten, når båten beveger seg langs y aksen, for en gitt avstand *z* = *z*0 (<I(y, *z*0)>). (Hint: Det lønner seg å rekke-utvikle uttrykket (3) for å kunne lage en skisse.)

**Oppgave 3). [26p] Koplede oscillatorer og CO-molekylet.**

Et toatomig molekyl, som f.eks. CO («kullgass»), kan (klassisk) betraktes som to masser, m1 og m2, forbundet med ei (masseløs) fjær med fjærkonstant k, se figur 1. La x1(t)= x01+x1(t) og x2(t)= x02+x2(t) være posisjonene til massene, der l0=x1-x0 er avstanden i likevekt.

a) [10p]

* Sett opp differensial-likningene for hver av massene for utslaget fra likevekt.
* La D(t)=x1(t)-x2(t). Vis at D(t) har løsning D(t)=Acos(’t+’)+l0, og finn et uttrykk for frekvensen til normal-moden til det koplede svingesystemet ’, som funksjon av k, m1 og m2. Innfør gjerne den reduserte massen =m1m2/(m1+m2).1

 *(NB. Du kan løse (c) uten å klare (b)).*

***Vekselvirkning med elektromagnetisk stråling (klassisk beskrivelse)***

Vi antar nå at massen m1 er Carbon (C=12) og har ladning -q, og massen m2 er Oksygen (O=16) og har ladning +q. 2 En kraft gitt av et eksternt harmonisk felt (her en EM bølge) med E-feltet langs molekylær-aksen , E0 cos(t) , virker på de to massene.

b) [12p]

* Skriv opp de modifiserte differensial-ligningene for hver av massene for utslaget fra likevekt, gitt det eksterne påtrykte feltet.
* La U(t)=x1(t) -x2(t). Finn et uttrykk for forholdet mellom de frekvensavhengige amplitudene |U()/E0()|.3 Skisser denne som funksjon av vinkelfrekvensen .
* Det induserte dipolmomentet i frekvensdomenet er gitt av p()=U()\*2q. I tilfellet for N molekyler har vi at polariseringen er gitt av P()=N\*p(). Bruk dette for å utlede et uttrykk for susceptibilitet () og dielektrisitets-funksjonen () for CO molekylene.

c) [4p] Optiske målinger viser at resonansen til CO molekylet er gitt for bølgelengda =4.62 m. Gitt Avogadros tall, NA=6.022x1023 mol-1, estimer fjærkonstanten i modellen for CO molekylet.

1 Kun for symmetriske koplede systemer kan en generelt løse for S=x1+x2 og D= x1-x2.

2 Dette kan være litt avvikende fra intuisjon, siden O er mere elektronegativt enn C, men beregninger viser at en trippelbinding er den mest vanlige med en slik gitt dipol retning.

3 Det er minnet om at for en funksjon U(t)=U0()cos(t), så vil da |U()|=|U0()|.

**Oppgave 4. [12p] Vannbølger**

En bølge  vandrer langs overflaten (overflaten ligger langs x-akse) i en innsjø med vanndybde d. Vannet har overflatespenning  og massetetthet . Den generelle dispersjonsrelasjonen (k) er gitt av:



a) [4p] De to leddene inne i parentesene har forskjellig fysisk opprinnelse, forklar hvilke. Finn bølgelengden 0, der de to leddene er like.

b) [8p]

* For m og d=20m, finn et uttrykk for fasehastighet og gruppehastighet. Kommenter om vann-mediet i dette tilfellet er dispersivt eller ikke.
* I tilfeller med dispersjon, hvordan vil dette påvirke bølgeforplantning i mediet, gi et eksempel.

Oppgitt g=9.81 ms-2;

**Oppgave 5. [10p]**

• Bruk Lorentz-transformasjonene til å utlede Einsteins formel for addisjon av hastigheter,



Her er vij hastigheten til inertialsystem i målt i inertialsystem j (i, j = A,B,C), og vi antar at

samtlige relativhastigheter vij er langs en og samme akse.

• Anta at vAB = c/3 og vBC = c/4, begge langs positiv x-akse. Hva blir da den prosentvise feilen i vAC dersom vi regner ikke-relativistisk og setter vAC = vAB + vBC?