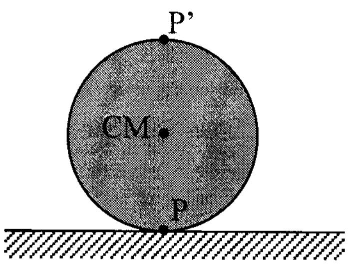
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Anne Borg
Tlf.: 93413

KONTINASJONSEKSAMEN I FAG SIF4010 - FYSIKK 1
Fakultet for fysikk, matematikk og informatikk
7. august 2000
Tid: 0900-1500

Tillatte hjelpemidler: B2 - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTH, tillatt.
K. Rottmann: Matematisk formelsamling
Formler i fag SIF 4010 Fysikk 1

Oppgave 1



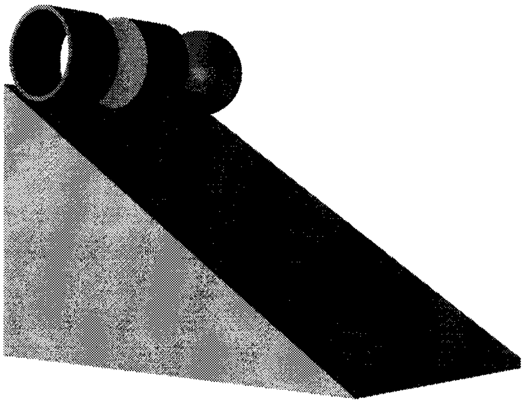
Figur 1

a) En sylinder med masse M og radius R plasseres på et horisontalt underlag, se figur 1. Angi hastigheten til kontaktpunktet P til sylinderen mot underlaget, toppunktet P'av sylinderen og sylinderens massemiddelpunkt, CM, for det tilfellet at

i. sylinderen utfører en ren translasjonsbevegelse langs underlaget.

ii. sylinderen utfører en ren rullebevegelse langs underlaget.

Uttrykk svarene ved hastigheten for massemiddelpunktet v_{CM}, vinkelhastigheten ω og radius i sylinderen R. Angi også eventuelle relasjoner som gjelder mellom v_{CM} og ω.


Figur 2

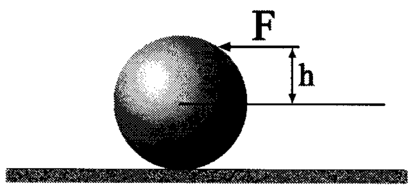
b) Tre objekter med uniform massetetthet, ei massiv kule, en massiv sylinder og en hul, tynnvegget sylinder, er plassert på toppen av et skråplan, som vist i figur 2. Alle tre objektene har radius R. Tyngdens akselerasjon er **g**. De tre objektene slippes samtidig uten utgangshastighet fra samme høyde og ruller uten å gli langs skråplanet.

i. Bestem akselerasjonen til kulas massemiddelpunkt når den ruller nedover skråplanet.

ii. Hvilket objekt når bunnen av skråplanet først?

iii. Hvilket objekt når bunnen av skråplanet sist?

iv. Hvordan avhenger rekkefølgen av objektene, når de når bunnen av skråplanet, av massene og radiusene til objektene. Begrunn kort svaret.



Figur 3

c) Figur 3 viser ei biljardkule med radius R som ligger i ro på et horisontalt underlag. Friksjonskoeffisienten mot underlaget er μ. Kula gis et kort støt med en biljardkø (kølle). Køen blir holdt horisontalt i en avstand h over kulas sentrum og massemiddelpunkt. Umiddelbart etter støtet har kula hastighet v_0 og får til slutt hastighet $9v_0/7$. Hva er vinkelhastigheten til biljardkula umiddelbart etter støtet?

d) Når en translasjonsbevegelse settes igang ved hjelp av en kraft **F** i et kort tidrom Δt gjelder følgende relasjon for endringen i bevegelsesmengde, $\Delta m\mathbf{v}$:

$$\mathbf{F} \cdot \Delta t = m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1 \qquad (1)$$

$m\mathbf{v}_1$ er bevegelsesmengde før støtet og $m\mathbf{v}_2$ er bevegelsesmengde etter støtet. En tilsvarende relasjon gjelder for endringen i dreieimpulsen, $\Delta\mathbf{L}$, ved støtet når kraften **F** gir opphav til et dreiemoment $\vec{\tau}$ som virker i tidsrommet Δt:

$$\vec{\tau} \cdot \Delta t = \Delta\mathbf{L} = \mathbf{L}_2 - \mathbf{L}_1 \qquad (2)$$

$\mathbf{L}_1$ er dreieimpulsen før støtet og $\mathbf{L}_2$ er dreieimpulsen etter støtet.

i. Bruk disse relasjonene til å vise at h=4R/5 for støtet som gav opphav til bevegelsen beskrevet i punkt c), idet vi ser bort fra friksjonen i selve støtøyeblikket.
ii. Hva må høyden h være for at biljardkula skal rulle uten å gli fra starten av?

Oppgitt: Treghetsmoment om en akse gjennom CM for ei kule med masse M og radius R:

$$I_{CM} = \frac{2MR^2}{5}$$

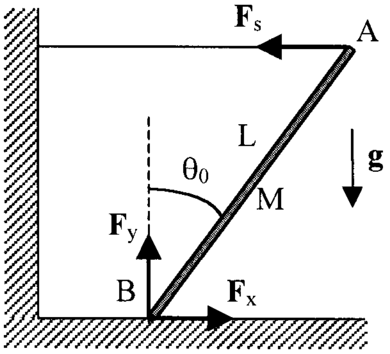
Treghetsmoment om sylinderaksen for en sylinder med masse M og radius R:

$$I_{CM} = \frac{MR^2}{2}$$

Treghetsmoment om sylinderaksen for en hul, tynnvegget sylinder med masse M og radius R: $I_{CM} = MR^2$

Oppgave 2

Ei rett, tynn, homogen stang AB har masse M og lengde L. Stanga står på et plant , horisontalt underlag og danner vinkelen θ_0=45° med vertikalretningen. Stanga holdes i ro ved



Figur 4

hjelp av ei horisontal snor som er festet i enden A, som vist i figur 4. Friksjonskraften F_x i B er stor nok til å hindre at stanga glir mot underlaget. Tyngdens akselerasjon er **g**.

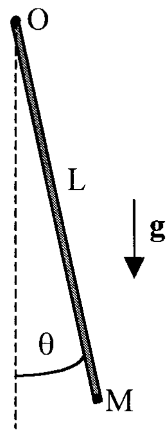
a) Bestem snorkraften $\mathbf{F}_s$ og verdiene av kraftkomponentene F_x og F_y. Hvilken betingelse må den statiske friksjonskoeffisienten μ_s oppfylle for at stanga ikke skal gli mot underlaget?

På et gitt tidspunkt kuttes snora. Stanga faller deretter uten begynnelseshastighet idet den roterer fritt om endepunktet B uten å gli.

b) Bestem stangas vinkelhastighet ω og vinkelakselerasjon α når stanga danner vinkelen θ med vertikalretningen.

c) Finn kraftkomponentene F_x og F_y umiddelbart etter at snora er kuttet. Er betingelsen på μ_s funnet i pkt. a) tilstrekkelig for at stanga ikke skal begynne å gli umiddelbart etter at snora er kuttet. Begrunn kort svaret.

Oppgave 3



Figur 5

En fysisk pendel er sammensatt av en tynn, homogen stav med masse 4M og lengde L og en punktformet masse M som er festet i det nedre endepunktet av staven. Pendelen kan svinge friksjonsfritt om en horisontal akse O i stavens øvre endepunkt, som vist i figur 5.

a) Vis at pendelens treghetsmoment om rotasjonsaksen O er:

$$I_O = \frac{7}{3} ML^2 \qquad (3)$$

Hvor stor er avstanden b fra rotasjonsaksen O til pendelens massemiddelpunkt CM?

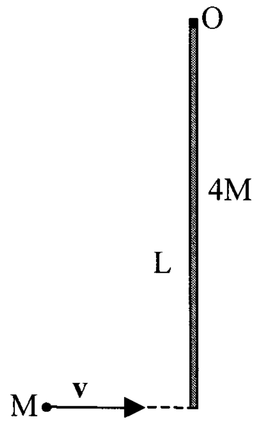
b) Bruk dreieimpulsteoremet til å finne differensiallikningen for vinkelen θ, som pendelen danner med vertikalaksen, som funksjon av tiden t.

For små utslag kan løsningen av denne differensiallikningen skrives på formen:

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \alpha_0) \qquad (4)$$

c) Bestem vinkelegenfrekvensen til svingningen.

Svingebevegelsen dempes pga. luftmotstand. For små utslag gir denne dempningen opphav til en dempekraft $F_\lambda = -\lambda \cdot d\theta/dt$, som er proposjonal med vinkelhastigheten $\omega = d\theta/dt$. λ er dempningskoeffisienten.



Figur 6

En mulig løsning av svingelikningen for den dempete svingningen, idet vi fremdeles antar at θ(t) er liten, kan skrives på formen:

$$\theta(t) = \theta_1 e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t + \alpha) \qquad (5)$$

Pendelen settes i svingninger ved at massen M nederst på staven kommer på plass ved et kortvarig støt. Før støtet er staven i ro og massen M har hastigheten **v** inn mot staven i avstand L fra rotasjonsaksen, som vist i figur 6. Hastigheten **v** er vinkelrett på staven og ligger i stavens svingeplan.

d) Hvor stor vinkelhastighet har pendelen umiddelbart etter støtet? Hva er forholdet mellom kinetisk energi for systemet før og etter støtet?

e) Hva er betingelsen for at løsningen av differensiallikningen for den dempete svingningen gitt ved likning (5) skal gjelde? Bruk startbetingelsene til å bestemme konstantene θ_1 og α.

f) Hvor lang tid tar det før amplituden til svingningen er redusert til 1/4? Uttrykk svaret ved λ og M.

Oppgitt: $\sin\theta \approx \theta$ for små θ.