

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
 Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Anne Borg (oppgave 1, 2 og 3) / Bård Kjos (oppgave 4 og 5)

Tlf.: 93413 / 91458

EKSAMEN I FAG SIF4010 - FYSIKK 1

Fakultet for fysikk, matematikk og informatikk

Mandag 15. desember 1997

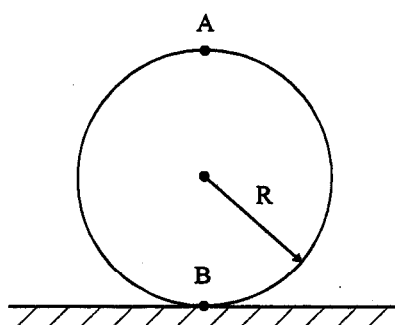
Tid: 0900-1500

Tillatte hjelpemidler: B2 - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTH, tillatt.

K. Rottmann: Matematisk formelsamling

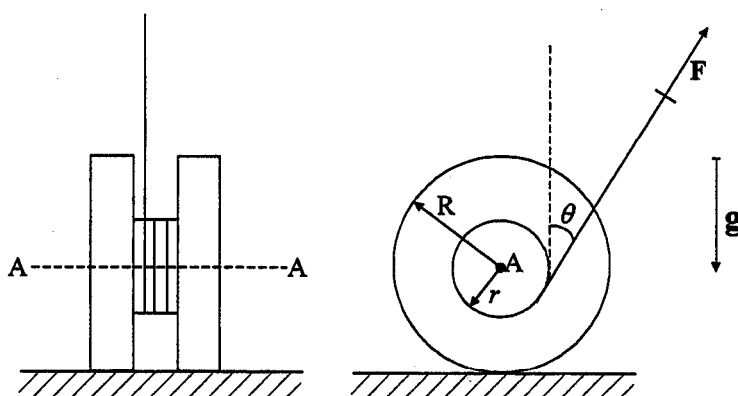
Formler i fag SIF 4010 Fysikk 1

Oppgave 1



Figur 1

- a) En homogen sylinder med radius R , vist i figur 1, ruller uten å gli på et horisontalt underlag.
- Hva er hastigheten, v_{CM} , og akselerasjonen, a_{CM} til sylinderens masse-middelpunkt.
 - Finn hastigheten til toppunktet, A, av sylindren og til kontaktpunktet, B, med underlaget.



Figur 2

- b) En jojo består av to identiske sylinderformete endestykker med radius R forbundet med en sylinderformet stang med radius r . Ei snor er viklet rundt stangen. Jojoen er vist i figur 2. Rotasjonsaksen A-A gjennom jojoens massemiddelpunkt er indikert i figuren. Jojoen har total masse M og et treghetsmoment I om rotasjonsaksen A-A. En kraft F trekker i den frie enden av snora, og snora danner vinkelen θ med vertikalretningen, som vist i figur 2. Jojoen befinner seg på et horisontalt underlag, og friksjonskoeffisienten mellom jojoen og underlaget er μ .

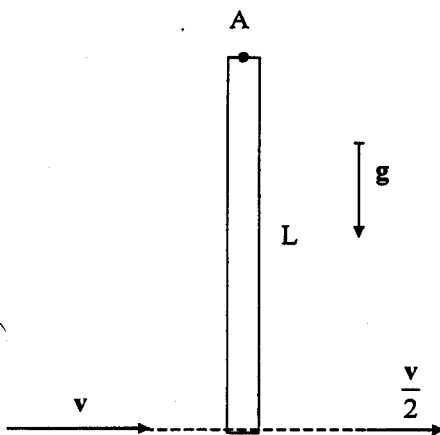
- i. Vis at vinkelakselerasjonen, α , til jojoen idet den starter opp bevegelsen på underlaget er gitt ved:

$$\alpha = \frac{F}{I + MR^2} [R \sin(\theta) - r]$$

når det antas at jojoen utfører en ren rullebevegelse. $F = |\mathbf{F}|$.

- ii. For hvilken verdi θ_0 av vinkelen θ vil vi ikke ha noen rulling?
- iii. I hvilken retning ruller jojoen for $\theta > \theta_0$ og $\theta < \theta_0$?
- iv. Forklar resultatene i pkt ii. og iii. ved geometriske betraktninger.

Oppgave 2



Figur 3

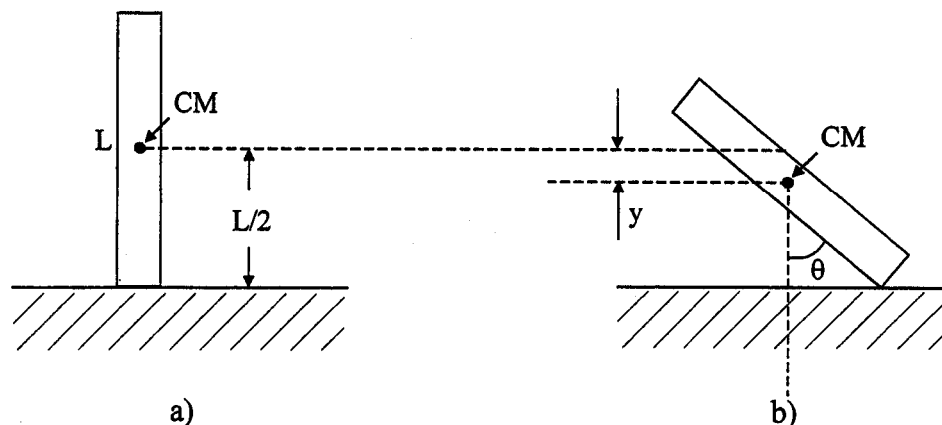
- a) En tung, homogen stav med masse M og lengde L kan rotere uten friksjon om en fast, horisontal akse A som står normalt på staven, se figur 3. Staven henger i ro vertikalt. Tyngdens akselerasjon er g .

Ei kule med masse m passerer i løpet av et svært kort tidsrom, Δt , gjennom staven nær dens laveste punkt (slik at avstanden fra A til punktet der kula treffer kan regnes som L). Før kollisjonen har kula hastighet v og etter kollisjonen $v/2$. Det antas at Δt er så kort at staven ikke har beveget seg i løpet av den tiden kula bruker på å gå gjennom staven. Det antas også at massen til både stav og kule er de samme før og etter kollisjonen. Vi ser bort fra luftmotstanden i denne oppgaven.

- i. Finn treghetsmomentet til staven om aksene A.
- ii. Vis at vinkelhastigheten ω_0 til staven umiddelbart etter at kula har passert er gitt ved:

$$\omega_0 = \frac{3mv}{2ML}$$

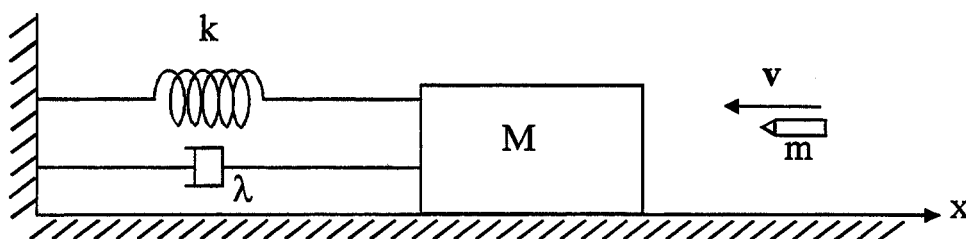
- b) i. Finn vinkelhastigheten ω til staven når den danner en vinkel θ med vertikalretningen.
- ii. Hvor stor må hastigheten til kula være for at staven akkurat skal svinge ut 90° fra sin opprinnelige likevektsposisjon.
- iii. Finn reaksjonskraften fra aksene A (kraften på staven fra aksene A) idet staven passerer likevektsposisjonen når den først har svingt ut akkurat 90° fra likevektsposisjonen. Uttrykk svaret ved M og g .



Figur 4

- c) En tynn stav med lengde L og masse M står i utgangspunktet rett opp og ned på et friksjonsfritt underlag, se figur 4a. Staven utsettes for et liten forstyrrelse slik at den begynner å falle. Forstyrrelsen er så liten at vi antar at stavens kinetiske energi initielt er null i fallbevegelsen. Figur 4b viser staven etter at den har rotert en vinkel θ og massemiddel-punktet har falt en høyde y i vertikalretningen. Finn hastigheten til massemiddelpunktet uttrykt ved høyden y , vinkelen θ og nødvendige konstanter.

Oppgave 3



Figur 5

- a) Et dempet, mekanisk svingesystem består av en masse M som glir på et friksjonsfritt underlag. Massen er festet til en vegg med en fjær med fjærkonstant k , som vist i figur 5. Parallelt med fjæren er det koplet et dempeledd med motstandskoeffisient λ , som gir en kraft $F_\lambda = -\lambda \dot{x}$. Et prosjektil med masse m og hastighet v parallelt horisontalretningen (se figur 5) skytes inn i massen M og blir sittende fast. I hele oppgaven forutsettes at utslagene fra likevektsposisjonen er så små at massen M ikke kommer i berøring med vegg.

- i. Finn hastigheten V til felleslegemet ($M + m$) umiddelbart etter at prosjektilet treffer.
- ii. Still opp differensiallikningen for systemet etter støtet ved hjelp av Newtons 2. lov.

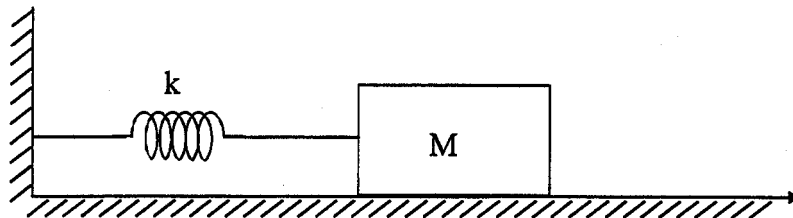
En mulig løsning av differensiallikningen er:

$$x(t) = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega t + \alpha)$$

- iii. Finn konstantene (A , γ , ω og α) i løsningen når:

$$\begin{aligned} M &= 1,00 \text{ kg} & m &= 10,0 \text{ g} \\ k &= 200 \text{ N/m} & \lambda &= 14.2 \text{ Ns/m} \\ v &= 400 \text{ m/s} \end{aligned}$$

- b)
 - i. Beregn det største utslaget som felleslegemet beskrevet i pkt. a), får i forhold til likevektsposisjonen.
 - ii. Beregn forholdet mellom to påfølgende svingemaksima (positivt utslag etterfulgt av negativt utslag eller omvendt).
 - iii. Hvor stor må motstandskoeffisienten være for at systemet skal være kritisk dempet? Skisser svingeforløpet i dette tilfellet.



Figur 6

- c) Vi fjerner nå dempeleddet slik at svingesystemet blir som vist i figur 6, men vi skal i denne delen av oppgaven ta hensyn til at det er en liten, men endelig friksjon mellom massen M og underlaget. Friksjonskoeffisienten er μ og antas å være den samme for både statisk og dynamisk friksjon. At friksjonen er liten betyr i dette tilfellet at det tar flere hele perioder før utslaget dør ut. Massen M trekkes ut en avstand A_0 fra likevektsposisjonen og slippes uten utgangshastighet.

- i. Still opp differensiallikningen for svingebevegelsen og vis at løsningen av differensiallikningen kan skrives på formen:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + K & 0 \leq t \leq T/2 \\ x_2(t) &= A_2 \cos(\omega t + \alpha_2) - K & \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{aligned}$$

der T er perioden for svingebevegelsen. Hva er ω og konstanten K i dette tilfellet?

- ii. Bestem konstantene A_1 , α_1 , A_2 og α_2 .
- iii. Hvor mye energi er gått tapt pga. friksjonen i løpet av den første svingeperioden? Sammenlikn med arbeidet utført av friksjonskrafta.

Rettelser til "Formler i fag SIF4010 Fysikk ", side 5:

Langs hovedtreghetsakser gjelder: $\mathbf{L} = I\vec{\omega}$ (13.19)

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} \quad (13.22)$$

Total dreieimpuls (fig. 3): $\mathbf{L} = \mathbf{L}_{\text{orb}} + \mathbf{L}_{\text{int}}$ (13.16)