

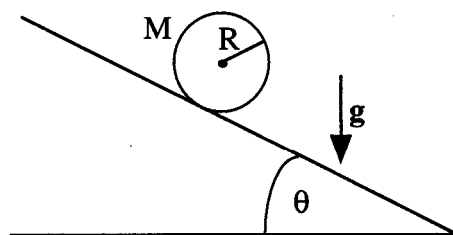
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
 Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen:
 Navn: Anne Borg
 Tlf.: 93413

EKSAMEN I FAG SIF4010 - FYSIKK 1
 Fakultet for fysikk, matematikk og informatikk
 13. desember 1999
 Tid: 0900-1500

Tillatte hjelpemidler: B2 - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTH, tillatt.
 K. Rottmann: Matematisk formelsamling
 Formler i fag SIF 4010 Fysikk 1

Oppgave 1

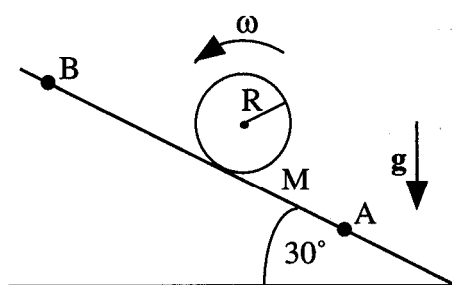


Figur 1

En sylinder med masse M og radius R plasseres på et skråplan som danner en vinkel θ med horisontalretningen, se figur 1. Sylindren har et treghetsmoment I om sylinderaksen. Tyngdens akselerasjon er g .

Sylindren slippes uten begynnelsehastighet og begynner å rulle uten å gli nedover skråplanet.

- Forklar hvorfor det må virke en friksjonskraft fra skråplanet på sylindren for at sylindren skal rulle uten å gli nedover skråplanet. Hvilken retning har denne friksjonskraften?
- Still opp likningene som beskriver bevegelsen til sylindren, og finn akselerasjonen a_{CM} til sylindrens massemiddelpunkt langs skråplanet. Hvor stor er friksjonskraften i dette tilfellet?



Figur 2

Vinkelen skråplanet danner med horisontalretningen er nå $\theta=30^\circ$, og friksjonskoeffisienten mellom skråplanet

og sylindren er $\mu = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Vi antar at

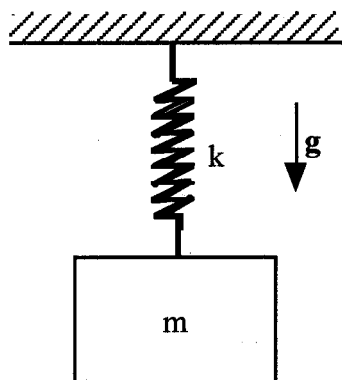
friksjonskoeffisienten er den samme for statisk og kinetisk friksjon. Ved tiden $t=0$ starter nå sylindren i posisjon A med hastighet for masseiddelpunktet $v_{CM}=0$ og med vinkelhastighet $\omega(t=0)=\omega_0$. Rotasjonsretningen er vist i figur 2. Når sylindren når posisjon B har igjen sylindrens masseiddelpunkt hastighet $v_{CM}=0$.

- c) Finn hastigheten v_{CM} til sylinderens massemiddelpunkt ved det tidspunktet bevegelsen langs skråplanet blir en ren rullebevegelse.
- d) Hvor lang tid bruker sylindren på å bevege seg strekningen AB.

Oppgitt: Tregghetsmoment for en sylinder med masse M og radius R om sylinderaksen:

$$I_{CM} = \frac{MR^2}{2}$$

Oppgave 2

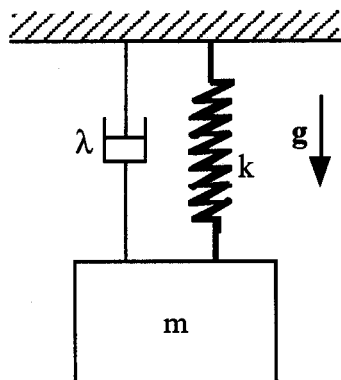


Figur 3

En kloss med masse $m=1,00$ kg henges i en fjær som vist i figur 3. I likevektsposisjonen er fjæra strukket $9,80$ cm når klossen henger i den. Klossen trekkes nedover i vertikalretningen og slippes uten begynneshastighet slik at klossen svinger fritt i vertikalplanet. Vi ser bort fra dempning i fjæra og luftmotstanden og antar små utslag fra likevektsposisjonen. Tyngdens akselerasjon er $g=9,80$ m/s². Utslaget i svingebevegelsen kan skrives på formen:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

- a) Bestem fjærkonstanten k for fjæra og egenfrekvensen ω_0 for systemet. Hva er faseforskjellen mellom utslaget og akselerasjonen i svingebevegelsen?



Figur 4

Det koples nå et dempeledd parallelt med fjæra, som vist i figur 4. Dempeleddet fører til at bevegelsen til klossen dempes med en kraft $F_\lambda = -\lambda v$, der v er hastigheten til klossen i vertikalretningen. Motstandskoeffisienten λ er $\lambda=0,882$ Ns/m. Klossen trekkes ned en avstand A_0 fra likevektsposisjonen og slippes uten utgangshastighet [$v(t=0)=0$].

- b) Bruk Newtons 2. lov til å stille opp differensiallikningen som beskriver svingebevegelsen.

En mulig løsning av denne likningen er av formen:

$$x(t) = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega t + \alpha)$$

der $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$, $\gamma = \lambda/2m$ og $\omega_0^2 = k/m$.

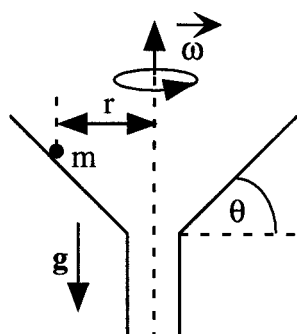
- Hva er betingelsen for at denne løsningen skal gjelde?
- Bruk startbetingelsene til å sette opp likningene som bestemmer A og α .
- Vis at

$$A = A_0 \frac{\omega_0}{\omega}$$

- c) Hvor mange hele svingninger foretar klossen før utslaget er blitt $< 0,1$ av utslaget ved $t=0$? Finn energien i svingebevegelsen etter dette antallet hele svingninger målt i forhold til energien ved $t=0$?

Oppgitt: $\cos \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}$

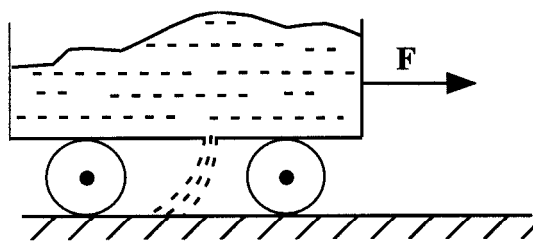
Oppgave 3



Figur 5

En liten partikkel med masse m er plassert på innsiden av ei trakt, som vist i figur 5. Trakta roterer om vertikalaksen gjennom sentrum av trakta med konstant vinkelhastighet ω . Veggen i trakta danner vinkelen θ med horisontalretningen. Avstanden fra rotasjonsaksen til partikkelen er r , der r er mye større enn utstrekningen av partikkelen. Tyngdens akselerasjon er g .

- a) Vi antar først at det ikke er noen friksjon mellom partikkelen og traktveggen. Bestem hva vinkelhastigheten ω må være for at partikkelen ikke skal bevege seg i forhold til trakta.
- b) Vi inkluderer nå friksjon mellom partikkelen og traktveggen. Friksjonskoeffisienten er μ for både statisk og kinetisk friksjon.
- Finn den minste verdien av vinkelhastigheten ω som gjør at partikkelen begynner å bevege seg oppover langs traktveggen.
 - Vis at det finnes en maksimal vinkel $\theta = \theta_{\max}$ som er slik at partikkelen ikke kan bevege seg oppover når $\theta > \theta_{\max}$ samme hvor stor vinkelhastigheten ω er. Finn $\theta_{\max}$.



Figur 6

En vogn lastet med sand har opprinnelig en total masse M_0 . Vognen settes i bevegelse [$v(t=0)=0$] med en konstant netto kraft F i horisontalretningen. Oppsettet er vist i figur 5. I vognen er det et hull som medfører at sand med masse per sekund α lekker ut av vognen.

- c) Beregn massen $M(t)$ til vognen som funksjon av tiden t . Vil sanden, som renner ut av vognen, virke med noen reaksjonskraft på vognen? Begrunn kort svaret.
- d) Vi antar at det hele tiden er sand igjen i vognen som kan lekke ut. Vis at hastigheten $v(t)$ til vognen som funksjon av tiden t , er gitt ved:

$$v(t) = \frac{F}{\alpha} \ln \left(\frac{M_0}{M_0 - \alpha t} \right)$$

Finn grenseverdien for $v(t)$ når $\alpha \rightarrow 0$. Kommenter kort resultatet.

Oppgitt: $\ln(1+x) \approx x$ for $x \ll 1$.